

УДК (378.147.33-027.22:004]:51)

№ держреєстрації (0121U109474)

Київський університет імені Бориса Грінченка
(Університет Грінченка)

04053, Україна, м. Київ, вул. Бульварно-Кудрявська, 18/2;
тел. (044) 272-19-02, e-mail: kubg@kubg.edu.ua

ЗАТВЕРДЖУЮ



Декан Факультету інформаційних
технологій та математики
Київського університету
імені Бориса Грінченка
Оксана ЛИТВИН
2023 р.

ЗВІТ

ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ

**РОЗВИТОК МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ
ЗА ДОПОМОГОЮ ЦИФРОВОГО МАТЕМАТИЧНОГО
МОДЕЛЮВАННЯ (DEDIMAMO)**

Керівник науково-дослідної
роботи (професор кафедри, доктор
пед. наук, професор, член-кореспондент НАПНУ)

Наталія Морзе

Рукопис закінчено 28.08.2023

Результати цієї роботи розглянуто на Вченій раді Факультету
інформаційних технологій та математики
Київського університету імені Бориса Грінченка
протокол № 10 від 20.12.2023

2023

ЗМІСТ

Список виконавців.....	3
Реферат.....	4
Вступ	6
Основні теоретичні та практичні результати роботи.....	9
Висновки.....	56
Список публікацій	57

СПИСОК ВИКОНАВЦІВ

Керівник НДР




Наталія Морзе

Відповідальні виконавці



Оксана Литвин



Марія Бойко



Марія Астаф'єва



Оксана Глушак



Ірина Машкіна

РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 58 с., 3 рис., 5 табл., 19 джерел.

За **об'єкт дослідження** в ході реалізації цієї науково-дослідної роботи обрано математичні компетентності учнів та студентів – майбутніх фахівців природничих та технічних напрямів.

Предметом дослідження є цифрові інструменти та технології, а також інноваційні методики та підходи для формування математичних компетентностей майбутніх фахівців у процесі оволодіння навчальним курсом «Цифрове математичне моделювання».

Мета роботи – створення електронного навчального курсу «Цифрове математичне моделювання» для студентів, які вивчають математику. Курс буде розроблено в співпраці з усіма університетами-учасниками проекту DeDiMaMo, із залученням співробітників, які займаються впровадженням цифрових інноваційних технологій. Упровадження елементів адаптивного навчання для електронного курсу «Цифрове математичне моделювання» на основі технологій штучного інтелекту.

Методи дослідження. Під час виконання науково-дослідної роботи було використано комплекс методів дослідження, а саме: теоретичні – аналіз наукової та навчально-методичної літератури, офіційних документів Європейського Союзу та МОН України для визначення теоретичних основ розв'язання проблеми; емпіричні – спостереження для виявлення стану рівнів сформованості математичних компетентностей студентів; анкетування, педагогічний експеримент, який дав змогу дослідити реальний стан впливу розробленого електронного курсу на процес підготовки майбутніх фахівців природничих та технічних напрямів, математичні методи.

Короткий виклад основних положень звіту. У ході науково-дослідної роботи розроблено та пілотовано новий електронний курс за вибором «Цифрове математичне моделювання» для студентів бакалаврського рівня у галузі математики, природничих наук та інженерії. Особливу увагу приділено підбору та розробці завдань для орієнтованих на потребу математичного моделювання реальних задач. Важливою особливістю курсу є широке використання сучасних цифрових технологій. Курс включає в себе елементи адаптивного навчання за допомогою штучного інтелекту (технології чат-ботів). Під час роботи над проектом університети-партнери в Україні та Норвегії обмінювалися знаннями та досвідом у викладанні математики та математичного моделювання на університетському рівні, досвідом використання інноваційних підходів та сучасних цифрових інструментів у викладанні математичних дисциплін. Організовано академічну мобільність науково-педагогічного персоналу для співпраці з розробки та пілотування курсу, а також для обміну знаннями, досвідом та передовими практиками. Створено Центр викладання математики в КУБГ, який сприяє використанню нових методологій навчання за допомогою та під керівництвом Центру досліджень, інновацій та координації викладання математики (MatRIC) в університеті Агдера (Норвегія).

ВСТУП

Аналіз викладання математики в багатьох країнах показує, що навчання студентів математики зосереджується переважно на процедурних навичках, а не на концептуальному розумінні, і це не відповідає баченню та вимогам сучасного суспільства. Без глибокого концептуального розуміння студенти стикаються з труднощами, пов'язуючи математику з іншими дисциплінами та реальним світом і не можуть ефективно використовувати свої знання. Діджиталізація математичної підготовки студентів з орієнтацією на розвиток компетенцій у зв'язку з особистісними особливостями студентів стає сьогодні актуальною передумовою для розвитку інноваційних ідей, нових технологій та стартапів як в Україні, так і на міжнародному рівні.

Українські партнери проєкту DeDiMaMo (Київський університет імені Бориса Грінченка і Тернопільський національний педагогічний університет імені Володимира Гнатюка) активно впроваджують основні положення нового Закону України «Про освіту», де математична освіта визначена пріоритетним напрямком якісної освіти. Університети запровадили нову освітню стратегію, яка спрямована на активне навчання студентів, дослідницьку підготовку, розвиток підприємницького мислення студентів та підтримку студентських стартапів. Реалізація даного проєкту доповнює модель навчання університету інноваційними інструментами відповідно до стратегії академічного розвитку університетів.

Метою проєкту є спільна розробка, пілотування та впровадження нового курсу «Цифрове математичне моделювання», де студенти вивчають фундаментальні ідеї математичного моделювання, знайомляться з кількома важливими моделями та працюють над розробкою власних моделей у співпраці з місцевою громадою. Особливу увагу приділено підбору та розробці завдань для математичного моделювання реальних практико-зорієнтованих задач. Важливою особливістю курсу є широке використання сучасних цифрових технологій. Курс включає в себе елементи адаптивного навчання за допомогою штучного інтелекту (технології чат-ботів). Новітні технології та платформи для адаптивного навчання допоможуть розробити індивідуальні траєкторії навчання для кожного студента, у

тому числі й для студентів з особливими освітніми потребами. Під час роботи над проектом університети-партнери в Україні та Норвегії обмінювались знаннями та досвідом у викладанні математики та математичного моделювання на університетському рівні.

Основними цілями проекту є:

1. Спроекувати, розробити та пілотувати курс за вибором «Цифрове математичне моделювання» для студентів STEAM-предметів на основі використання інноваційних методів навчання математики та сучасних цифрових технологій (комп'ютерний дизайн, доповнена реальність, 3D друк та сканування, SimReal, Gran, GeoGebra, Go-Labz, пакети комп'ютерної алгебри).

2. Доповнити курс «Цифрове математичне моделювання» елементами адаптивного навчання з використанням штучного інтелекту (технології чат-ботів) та технологій мобільного навчання. Адаптивні навчальні модулі враховуватимуть навчальні здібності студентів і когнітивні стилі навчання, розробляючи індивідуальні навчальні траєкторії для кожного студента, включаючи студентів з особливими освітніми потребами.

3. Організувати мобільність українських та норвезьких студентів, сприяючи обміну ідеями, збагаченню досвіду навчання та підтримці участі у спільних навчальних та дослідницьких проектах, тренінгах, хакатонах, організованих у рамках проекту.

4. Організувати мобільність академічного персоналу з України для вивчення норвезького досвіду математичної освіти та технологій штучного інтелекту.

5. Організувати мобільність викладачів з Норвегії для вивчення українського досвіду використання технології чат-ботів, інноваційних педагогічних ідей та цифрових інструментів у математичній освіті.

6. Підготувати спільні наукові статті та технічні документи, що поширюють проектну діяльність та результати та популяризують інноваційні методи навчання в STEAM-освіті.

7. Адаптувати методологію VARK для визначення когнітивних/навчальних стилів, спрямованих на забезпечення персоніфікованого досвіду навчання.

8. Створити, за порадами та допомогою MatRIC, Центру практичного навчання математики у КУБГ для сприяння використанню IBL, PBL, PJBL, дизайн-мислення та інших інноваційних методів у викладанні та навчанні математики.

Після завершення проєкту українські та норвезькі партнери будуть використовувати розроблений курс та/або його елементи в навчанні, щоб зробити вивчення математики більш привабливим і менш складним для студентів. Ми очікуємо, що студенти оцінять використання інноваційних цифрових технологій і особливо впровадження персоналізованого навчання в курсі. Сподіваємося, що досвід спільних ярмарків ідей створить основу для подальшої співпраці, а наш досвід використання елементів адаптивного навчання надихне на подібні ініціативи в інших STEAM-дисциплінах.

Сподіваємося, що проєкт сприятиме створенню академічної спільноти педагогів, науковців і студентів КУБГ, ТНПУ та університеті Агдера, які продовжать спільну роботу над впровадженням сучасних методів навчання та засобів ІКТ, спрямованих на підвищення математичної компетентності студентів. Ми також передбачаємо активізацію нових дослідницьких зв'язків та їх постійний майбутній розвиток на користь норвезького та українського суспільств, включаючи участь у нових спільних дослідницьких та освітніх проєктах.

ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРАКТИЧНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ

Огляд реалізації проєкту

1. Партнери обмінялися досвідом щодо розробки нових курсів та навчальних матеріалів, організації навчання студентів, розвитку математичних компетенцій студентів, використання інноваційних технологій в освіті, зокрема штучного інтелекту та чат-ботів.

2. Партнери провели одну проектну зустріч у Києві (замість запланованих двох) та одну зустріч у Норвегії:

- 3-денна стартова зустріч у Києві (листопад 2019);
- 5-денна зустріч та семінар у Норвегії (листопад 2022).

Одноденна підсумкова зустріч проєкту в Києві та підсумкова конференція не відбулися через війну в Україні.

3. Усі навчальні візити для українських та норвезьких студентів скасовано через обмеження пандемії COVID-19 та вторгнення Росії в Україну.

Візити для співпраці:

- 1 тиждень у Норвегії (жовтень/листопад 2019) — скасовано через затримку переказу коштів;
- 1 тиждень у Києві (січень/лютий 2020) — перенесено через пандемію COVID-19 на травень 2021;
- 1 тиждень у Норвегії (січень/лютий 2021) — перенесено на листопад 2021 через пандемію COVID-19.

4. Перелік запланованих та проведених заходів:

- 3-денний семінар для викладачів, студентів та аспірантів (Київ, листопад 2019 р.);
- 3-денний семінар у Норвегії (червень 2020 р., поєднаний із проектною зустріччю) – перенесено та проведено у листопаді 2021 р.;
- 3-денний семінар у Києві (листопад 2020) — перенесено та проведено у травні 2021.

Одноденний семінар із зовнішніми партнерами в Києві (січень/лютий 2020) — скасовано через пандемію COVID-19 та війну в Україні.

4. Центр розвитку математичних компетентностей відкрито в КУБГ у травні 2021 року після закупівлі необхідного обладнання. Після тривалих переговорів із дилерами програмного забезпечення у липні 2022 року було придбано програмне забезпечення Maple 2022 для КУБГ та ТНПУ, включаючи 40 ліцензій Network Floating Perpetual Student та 5 ліцензій Maple 2022 Network Floating Perpetual Academic.

5. Учасники проекту розробили логотип (листопад 2019) та розробили веб-сайт проекту, на якому відображаються всі події та досягнення в рамках проекту (листопад 2019).

6. Організовано опитування студентів щодо формування математичних умінь та компетентностей (I тур у жовтні 2019 р. — 58 студентів КУБГ та ТНПУ, II тур у жовтні 2022 р. — 60 студентів КУБГ та ТНПУ).

7. Викладачі та студенти закінчили курси англійської мови до рівня B2. ТНПУ: I сесія — жовтень/грудень 2021 (8 викладачів, 4 студенти), II сесія — червень/липень 2022 (6 викладачів). КУБГ: Всього пройшли навчання 10 осіб: 8 викладачів та 2 студенти. Всього пройдено 44 рівні. Кожен учасник отримав сертифікат мовного центру про знання мови.

8. Партнери проекту в Україні та Норвегії розробили курс «Цифрове математичне моделювання» з онлайн-ресурсами (пілотна версія — червень 2020 р., фінальна версія — червень 2022 р.). Адреса сайту для доступу до курсу: <https://elr.tnpu.edu.ua/course/view.php?id=3912>, <http://learn-moodle.kubg.edu.ua/course/view.php?id=92>).

9. Розроблено та апробовано елементи адаптивного навчання (пілотна версія — червень 2021 р., фінальна версія — вересень 2022 р.).

10. Організовано студентські ярмарки ідей та хакатони (грудень 2019, січень-лютий 2020, червень 2020, січень 2021, травень-червень 2021).

11. Практикум з математики відбувся в ТНПУ 20 січня 2021 року. <http://dedimamo.kubg.edu.ua/khronolohiia-podii/populiaryzatsiia-mizhnarodnoho-proiektu-dedimamo-u-ramkakh-matematychnoi-maisterni-tnpu/>.

12. Організовано студентський хакатон «Прикладні аспекти задач математичного моделювання» (02.09.22), <https://tnpu.edu.ua/news/6859/>.

13. Партнери підготували спільні дослідницькі публікації, що поширюють діяльність проекту: 3 статті в міжнародних журналах (Scopus), 1 стаття в національному спеціалізованому журналі, 1 монографія.

Основними викликами для реалізації завдань проекту стали пандемія Covid-19 та вторгнення Росії в Україну. Ці драматичні події суттєво вплинули на можливість мобільності викладачів і студентів, прямих контактів щодо розробки курсу та пілотування, а також прямих контактів для обміну знаннями, досвідом і передовою практикою.

Команда проекту обрала регулярні онлайн-зустрічі як можливий спосіб вирішення цієї проблеми. Окрім регулярних зустрічей, були організовані масштабні онлайн-заходи з презентаціями студентських проектів, семінари та майстер-класи. Така реорганізація командної роботи допомогла подолати деякі виклики, пов'язані з пандемією COVID-19. Однак організація онлайн-зустрічей усіх членів команди стала проблематичною після численних атак Росії на електромережі в Україні та подальших відключень. Синхронні зустрічі були замінені відеоконференціями, часто у форматі «по ланцюжку» один на один — ті, хто міг зустрітися онлайн, ділилися інформацією зі своїми колегами, коли з'являлися такі можливості. Інтернет-спільнота дозволила учасникам проекту продовжувати віртуально обмінюватися ідеями, знаннями та досвідом, сприяючи розвитку співпраці між студентами та викладачами та подальшому просуванню проекту.

Цифрові інструменти були використані для розробки елементів адаптивного навчання для персоналізації навчання студентів. Партнери отримали новий цінний досвід у використанні цифрових інструментів для вивчення та викладання математики, корисних як для навчання в університетах-партнерах, так і для майбутніх проектів. Через війну в Україні стало важко підтримувати безперервне очне та синхронне онлайн-цифрове навчання. Тому цінність інструментів, що підтримують адаптивне навчання, значно зростає.

Курс за вибором «Цифрове математичне моделювання» для учнів STEAM-предметів розроблено та пілотовано на основі використання інноваційних методів навчання математики та сучасних цифрових технологій (системи автоматизованого проектування, доповненої реальності, 3D-друк та сканування, SimReal, Gran), GeoGebra, Go-Labz, пакети комп'ютерної алгебри).

Матеріали модуля «Простіші математичні моделі для економічного прогнозування» були апробовані зі студентами курсу «Економетрика» для студентів, які вивчають менеджмент, економіку та фінанси, банківську справу та страхування у КУБГ.

У ТНПУ було апробовано матеріали модуля «Вступ до математичного моделювання» та «Прості моделі» курсу «Цифрове математичне моделювання» для студентів 4 курсу спеціальності «Середня освіта (інформатика)», які вивчають дисципліну «Комп'ютерне моделювання». Матеріали модуля «Моделі та методи лінійного програмування» апробовані в курсі «Методи оптимізації та дослідження операцій» для студентів 4 курсу спеціальності «Середня освіта (Інформатика)». Модуль «Математичні моделі еколого-біологічних систем» апробований у курсі «Комп'ютерне моделювання» для студентів магістратури спеціальності «Середня освіта (математика)».

Наприкінці курсу 22 студенти, які зарахувалися на курс, відповіли на запитання анкети. 95,5% опитаних студентів підтвердили, що навчальний матеріал було добре підготовлено та правильно викладено, 77,3% відповіли, що курс був корисним для студентів, а 63,6% оцінили прикладний характер курсу. Для 59,1% студентів були цікаві методи та форми навчання в електронному курсі, а 86,4% студентів відповіли, що використання цифрових інструментів сприяло кращому розумінню змісту економетричного моделювання. Свої компетенції з моделювання економічних процесів 50% студентів оцінили як повністю сформовані (5/5 балів), 45,5% — на 4/5, лише 1 студент (4,5%) — на 3/5. Нам було приємно дізнатися, що 68,2% студентів рекомендували б курс своїм однокурсникам.

Було проведено опитування за методикою VARK для визначення стилів навчання студентів для створення чат-бота, інтегрованого як елемент адаптивного

навчання в курсі. Чат-бот має доступ до курсу та використовує інформацію про стилі навчання учнів для розробки індивідуальних траєкторій навчання, в тому числі для учнів з особливими освітніми потребами. Зокрема, чат-бот допомагає визначити формат викладення теоретичного матеріалу та організовує навчальний час. Історія навчання студентів зберігається в базі даних для можливого подальшого використання в машинному навчанні, що дозволяє проводити подальші дослідження щодо використання машинного навчання для освітніх потреб.

Враховуючи карантинні обмеження, пов'язані з Covid-19 та вторгненням Росії, організувати планову мобільність українських та норвезьких студентів не вдалося; його замінили на онлайн-зустрічі. Ці зустрічі сприяли обміну ідеями та збагаченню досвіду навчання. Під час онлайн зустрічей двоє студентів КУБГ за програмою «Математичне моделювання» презентували свої роботи. Ольга Панасюк доповіла на тему «Побудова та аналіз економетричної моделі соціально-економічного розвитку України» (консультант — доцент Оксана Глушак), а Владислав Квочкін представив роботу «Моделювання процесу ідентифікації зображень за допомогою грубої нейронної мережі» (консультант — доцент Ірина Машкіна). Студенти ТНПУ Арсен Сеньків та Христина Клапушак виступили з доповідями «Математичні популяції в екосоні Чортківського лісництва Тернопільської області» та «Використання класу грид в логістиці середнього та малого бізнесу України».

Мобільність персоналу здійснювалася згідно з планом, але в значно скороченому обсязі з огляду на зазначені вище обставини. Офлайн-зустріч організував Університет Агдера. Інші види діяльності перенесли в Інтернет. (<http://dedimamo.kubg.edu.ua/khronolohiia-podii/robocha-poizdka-uchasnykiv-proiektu-rozvytok-matematychnykh-kompetentnostei-studentiv-za-dopomohoiu-tsyfrovoho-matematichnoho-modeliuvannia-dedimamo-v-norvehiiu/>).

Методологію VARK було адаптовано для визначення когнітивних/навчальних стилів для надання персоналізованого досвіду навчання. Придбані ліцензії на профілі VARK. Профілі VARK надають можливість для розробки анкет, об-

робки даних і надання корисних порад кожному респонденту на основі особистих уподобань щодо навчання. (<http://dedimamo.kubg.edu.ua/khronolohiia-podii/otrymannia-litsenzii-na-vykorystannia-vark-met>).

Результати теоретичних досліджень

На сучасному етапі розвитку суспільства наука і техніка розробили технології дуже високого рівня, які вимагають від спеціалістів переважної більшості професій мати високий рівень математичної підготовки, володіти різноманітними математичними методами, бути здатними до аналізу великих обсягів інформації для успішного прийняття рішень і прогнозування, прийняття управлінських рішень, що приводить до необхідності побудови математичних моделей різної складності. Саме завдяки використанню математичного апарату зроблено багато відкриттів у фізиці, хімії, біології, інформатиці, економіці, соціології та інших науках і сферах діяльності людини.

Комісія Європейського математичного товариства (<https://euromathsoc.org/>), яка приділяє серйозну увагу актуальним проблемам математичної освіти молоді, на рівні європейського документу виділила моделювання одним з параметрів, за якими можна було б визначати внесок математики в розвиток людського капіталу.

Філософські та загальнонаукові питання, пов'язані з моделюванням, розглядалися в роботах багатьох учених, таких як В. А. Вініків, Б. А. Глинський, Б. С. Грязнов, Л. Ю. Корольов, К. Є. Морозов, Є. П. Нікітін, А. І. Уємов, В. А. Штофф. Наукові дослідження в галузі математичного моделювання проводили М. М. Боголюбов, А. Б. Жменька, В. С. Зарубін, В. П. Коробейніков, А. Д. Мишкіс, Г. І. Рузавін, А. А. Самарський та інші вчені. Але попри численні досягнення у фундаментальних поняттях математичного моделювання актуальним залишається питання дослідження прикладних проблем застосування математичного моделювання в різних сферах науки, техніки, суспільних та економічних відносин та використання комп'ютерної математики та цифрових застосувань для розв'язування практико-зорієнтованих задач. У зв'язку із цим колектив авторів у рамках участі в міжнародному проєкті «Розвиток математичних компетентностей студентів за допомогою цифрового математичного моделювання

(Development of students' mathematical competencies through Digital Mathematical Modeling, DeDiMaMo)» (реєстраційний номер проєкту СРЕА-ST-2019/10067) на прикладі окремих сфер застосування математичного моделювання пропонують авторські підходи до добору теоретичного матеріалу, прикладів завдань і їх розв'язків, наводять перелік практичних завдань, які мають на меті сформувати компетентності із математичного моделювання та застосування цифрових інструментів у студентів і всіх, кого цікавить розглядувана тема дослідження як матеріал для самостійного навчання, розвитку та застосування практичних умінь у професійній сфері.

На початковому етапі нами було розглянуто основні поняття математичного моделювання, описано віхи становлення математичного моделювання як науки. Важливим є питання класифікації задач математичного моделювання та етапів розв'язування задач від постановки проблеми до комп'ютерного моделювання.

Математичні методи широко застосовують у сфері соціально-економічних, екологічних, технічних, міжнародних відносин. Найрізноманітніші прикладні науки, такі як менеджмент, прийняття управлінських рішень, соціально-економічне прогнозування використовують математичний апарат для вирішення своїх проблем і навіть стимулюють розвиток прикладних галузей математики.

Використання сучасних методів моделювання зумовлено:

- загальною тенденцією розширення та поглиблення дослідження процесів в реальному фізичному світі;
- значною тривалістю ряду процесів (екологічних, хіміко-технологічних);
- практичною неможливістю отримувати необхідну інформацію, досліджуючи об'єкт-оригінал (об'єкти макро- та мікросвіту);
- неповними достовірними даними про фізичний об'єкт, що реально існує;
- складністю протікання реальних процесів;
- відсутністю належних умов чи кваліфікації персоналу для проведення досліджень;
- необхідністю проведення великої кількості експериментів, коли тривале дослідження стає економічно недоцільним;

- відсутністю самого об'єкту, що знаходиться на стадії проектування.

Виконано класифікацію математичних моделей.

Згідно досліджень С. І. Наконечного, усі моделі можуть бути умовно поділені на кілька видів.

I. Фізичні моделі є об'єктами, що існують реально і створюються з реальних матеріалів. Це процес відтворення реально існуючого об'єкту. До них відносять відносять:

а) *геометрично подібні* моделі (макети установок, приладів, будов). Їх використовують у зменшеному масштабі для того, щоб мати просторову уяву про об'єкт, компоновку і взаєморозміщення його елементів у просторі;

б) *фізично подібні* моделі (н-д, дослідження процесів обтікання повітрям крила літака в аеродинамічній трубі). Їх створюють для того, щоб краще зрозуміти фізичні процеси, що вивчаються, їх кінетику та динаміку, виявлення найважливіших закономірностей і функціональних залежностей;

в) *математично подібні* моделі (аналогові моделі руху рідин і газів, що описують однаковими рівняннями). Створені для вивчення складних процесів (наприклад, транспонування рідини чи газу) за допомогою їх простіших аналогів.

II. Уявні моделі — моделі, що існують в голові дослідника, на папері, магнітних носіях у вигляді певних уявних образів: формул, таблиць, знаків, схем тощо. Їх поділяють на:

а) *образні моделі* — побудовані з чуттєво-наглядних ідеальних елементів, які використовують для наближеного опису реальних явищ (абсолютно чорне тіло, пружні кульки, ідеальний газ тощо);

б) *знакові моделі* — відзначаються повною відсутністю подібності між досліджуваним об'єктом і його моделлю. Наприклад, заміна міста-точки відправлення поїзда буквою (Задача «З міста *A* в місто *B* вирушив потяг...»);

в) *образно-знакові* є поєднанням попередніх двох видів.

Одним з підвидів знакових моделей є математичні моделі. **Математична модель** фізичного об'єкта — це сукупність математичних співвідношень (рівнянь, формул, графіків), що пов'язують вихідні характеристики стану об'єкта з

вхідною інформацією, геометричними й іншими обмеженнями іншою інформацією, що накладається на функціонування об'єкту. Математична модель знаходиться у відповідності з об'єктом і здатна замінити його з метою отримання нової інформації про його поведінку.

Особливостями математичних моделей є:

- наближеність опису;
- врахування тільки основних чинників;
- компроміс між простотою та повнотою опису;
- обмеженість застосування;
- відмінність математичних моделей від закону (неабсолютність математичної моделі);
- адекватність.

Математичне моделювання — це комплексне дослідження властивостей фізичного об'єкта з допомогою створеної його математичної моделі (найчастіше з використанням ПК).

У різних сферах застосування кожен етап процесу моделювання має свої специфічні риси, але в усіх випадках можна виділити кілька етапів, що присутні завжди.

Визначимо одну із пропонованих на сьогоднішній день класифікацій.

1. *Постановка проблеми та її якісний аналіз.* Тут виділяють найважливіші ознаки та властивості об'єкта, що моделюється, й абстрагують другорядні, вивчають структуру та взаємозв'язок елементів, формулюють основні гіпотези (хоча би попередні).

2. *Побудова математичної моделі.* Це етап формалізації проблеми, вираження її у вигляді математичних залежностей і відношень. Як правило, спочатку визначають основну конструкцію задачі (тип моделі), а потім відбувається уточнення окремих деталей.

3. *Математичний аналіз моделі.* Виділяють загальні властивості моделі, описують умові існування та єдиності розв'язку задачі, досліджують, які змінні

входитимуть у розв'язок і в яких співвідношеннях, у яких межах вони змінюватимуться.

4. *Підготовка вихідної інформації.* На цьому етапі використовують математичні методи.

5. *Чисельний розв'язок.* Розробляються алгоритми для розв'язування задачі, складаються програми для ПК. Завдяки швидкодії ПК можна провести багаточисленні експерименти з різними вихідними умовами та параметрами.

6. *Аналіз чисельних результатів і їх застосування.* Повністю вивчають питання про правильність і повноту результатів моделювання, адекватність моделі та її практичне застосування.

Задачі математичного моделювання часто використовують на практиці. Їх зручно поділити на кілька типів, що часто зустрічаються при вивченні економічних і виробничих процесів:

- **трендові моделі** (відображають такі особливості як постійний ріст чи пониження досліджуваної функції, збільшення чи зменшення росту чи пониження функцій прибутку і т. д.);
- **побудова і використання розрахункових залежностей** (задача про розподіл доходів населення (крива Лоренца, коефіцієнт Джинні), робота з функціями виду «розходи — доходи», «попит — пропозиція», корисність і т. д.);
- **задачі динаміки** (модель відтворення національного доходу, модель динаміки фондоозброєння, моделі В. Леонт'єва, Л. Канторовича, Дж. Фон Неймана, а також моделі руху об'єктів, моделі управління та інші, що описуються диференціальними рівняннями та їхніми системами);
- **оптимізаційні задачі** (про знаходження найкращого з якоїсь точки зору розв'язку при існуванні, як правило, деяких обмежень, що не дозволяє використання класичних методів математичного аналізу);

- **задачі оптимального розподілу ресурсів та оптимального управління запасами** (такі задачі можуть мати найрізноманітніше застосування і певний критерій ефективності, конкретний для окремого випадку, що зумовлює методи та стратегію розв'язку);
- **задачі оптимального управління** (пов'язані зі знаходженням розподіленого в часі неперервної управляючої дії, сюди відносяться задачі прогнозування тенденцій розвитку, довгострокових інвестицій, максимізації дисконтного споживання).

Вхідні змінні економічної системи бувають двох видів: керовані x_j ($j = 1, 2, \dots, n$), значення яких можна змінювати в деякому інтервалі, та некеровані змінні y_r ($r = 1, 2, \dots, s$), значення яких не залежать від волі людей і визначаються зовнішнім середовищем. Наприклад, обсяг придбаного пального — керована, а температура повітря — некерована змінна. Залежно від реальної ситуації керовані змінні можуть переходити у групу некерованих і навпаки. Наприклад, у разі насиченого ринку обсяги придбання дизельного палива є керованою змінною величиною, а за умов дефіциту цього ресурсу — некерованою.

Далі розглянуто питання моделювання фізичних процесів, а саме рух тіла, кинутого під кутом до горизонту, розподіл електростатичного поля тощо. Наведено ряд прикладів, які ілюструють теоретичний матеріал, розглянути способи їх розв'язування.

Після цього розглянуто застосування інформаційних технологій при вивченні математики.

Сьогодні, коли навколо нас проходить глобальна комп'ютеризація, ми захоплюємося красою і багатством створеного людиною — творцем комп'ютерного світу. Комп'ютер дозволяє не тільки вирішити складну математичну задачу, зіграти в шахи, але і створювати власну дивну музику, створювати самого себе.

Зміни, що несе із собою інформаційне століття, вимагають від усіх здатності зазирнути в майбутнє і поставити питання, які можна внести зміни у свою діяль-

ність, у діяльність школи, щоб гідно вижити в умовах української дійсності.. Україні як ніколи необхідні грамотні, освічені люди, що постійно підвищують свій творчий потенціал, що вміють працювати з інформаційними технологіями.

Комп'ютерні математичні системи дозволяють швидко й ефективно проводити обчислення, розв'язувати задачі з алгебри, геометрії, математичного аналізу, статистики (знаходити межі, диференціювати, інтегрувати, будувати графіки, діаграми, зображувати стереометричні фігури). Грамотне застосування комп'ютерних технологій в освітньому процесі:

- підвищує фундаментальність математичної освіти;
- викликає інтерес до вивчення математики;
- підвищує комп'ютерну грамотність;
- стимулює розвиток дитячої творчості;
- сприяє інтеграції освітньої системи з освітніми системами найбільш розвинених країн світу, де подібні методи навчання вже застосовуються;
- дає можливість брати участь у міжнародних, дистанційних проектах.

Банк комп'ютерних програм може складатися з таких програм: Microsoft Word, Microsoft Excel, Microsoft PowerPoint, Gran2D, Gran3D, Paint, Advanced Grapher, Functor-2.5, 3D-Grapher, 3DS max 5.0, «Курс математики-2000», Компас-3D LT 5.10, Mathematics Encyclopedia, Coreldraw, Adobe Photoshop, Mathematics Encyclopedia.

Проведено короткий аналіз програмного забезпечення, яке можна використовувати при постановці, моделюванні та розв'язуванні математичних задач.

А) комп'ютерна програма Advanced Grapher (автор Michael Serpik).

Унікальна програма, яка дозволяє на одній координатній площині зображувати:

- графіки функцій $f(x)$, $f(x + a)$, $f(x - a)$, $a > 0$;
- графіки функцій $f(x)$, $f(x) + b$, $f(x) - b$, $b > 0$;
- графіки функцій $f(kx + b) + c$, $|f(kx + b) + c|$, $f(|kx + b|) + c$;
- графік $y=f(x)$, одночасно визначити похідну і побудувати графік похідної;
- рішення систем рівнянь і нерівностей основного і поглибленого рівнів.

Комп'ютерна програма дозволяє вирішувати дослідницькі завдання: на визначення увігнутості, опуклості кривих, у побудові дотичної і нормалі в будь-якій точці області визначення функції, дослідження точок максимуму і мінімуму, найбільшого і найменшого значень на проміжку, визначення площі фігури, обмеженої лініям

Б) комп'ютерна програма 3DSmax 5.0. Популярна програма тривимірної комп'ютерної графіки та анімації, яка займається побудовою всіляких моделей (вид яких: стандартні примітиви, складені об'єкти, розширені примітиви, що коректують сітки, системи часток, нестандартні поверхні, динамічні об'єкти), дає можливість побачити дане геометричне тіло з різних позицій: у перспективі, зверху, спереду, ліворуч. Однією з можливостей 3DSmax 5.0 є побудова опуклих багатогранників, до яких належать: тетраедр, октаедр, додекаедр. Дуже цікавою особливістю програми є зміна параметрів сімейства гедри: тетра, куб, октаедр, зірка1, зірка2.

В) комп'ютерна програма Gran. Українська програма Gran призначена для графічного аналізу функцій. Основні функціональні можливості програми: побудова графіків функцій, обчислення значень виражень функції в заданих точках, графічне розв'язання рішення рівнянь, систем рівнянь, нерівностей і систем нерівностей. Також програма дозволяє обчислювати об'єми і площі тіл обертання. Використання програми дає можливість значно інтенсифікувати процес навчання.

Програма Gran 3D призначена для побудови базових просторових об'єктів у тривимірному просторі і їхньому детальному аналізі. Характерною ознакою є можливість обертання просторового геометричного тіла за рахунок пересування повзунків (горизонтального і вертикального). Програма дає повну характеристику об'єкта: точки максимуму, точки мінімуму, об'єм, площа поверхні, кількість вершин. У резерв програми входить можливість побудови усічених моделей (при натисканні на кнопку «Створення базових об'єктів» з'являється діалогове вікно, у якому необхідно поставити значок біля слова «усічений»).

Отже, можливості української програми Gran3D досить великі: проектування на одну з 3-х осей координат, збільшення або зменшення фігури, можливість виконувати над об'єктом різноманітні операції.

Г) комп'ютерна програма Functor-2.5. Програма для побудови графіків тривимірних функцій і їхнього детального аналізу, зміни настроювання виду графіків і систем координат. Характерною ознакою є можливість обертання просторової моделі одним рухом миші. Робота з програмою надає необмежені можливості для розвитку просторового мислення учнів.

Д) комп'ютерна програма «Курс математики» (автор Л. Я. Боровский). Теми: Тригонометричні, показникові, логарифмічні тотожності, рівняння, нерівності. Кожна програма «Курсу математики» забезпечена гіпертекстовим підручником, у якому будь-яка формула або теорема обов'язково приводиться з доказом, а також ілюструється рисунком або прикладами, що дозволяє застосовувати при формуванні нових знань і способів дій, а також при актуалізації попередніх знань. Пропонується новий спосіб розв'язання задач: разом з комп'ютером, використовуючи комп'ютер як терплячого наставника, що проконтролює дії, підкаже при необхідності вірний шлях розв'язування і дасть теоретичну довідку. Для кожної особи програма веде окремий щоденник з повною статистикою по всіх задачах, що розв'язувалися, що дозволяє легко визначити теми, що вимагають додаткового опрацювання. Диск містить 450 задач для самостійного рішення.

Е) комп'ютерна програма 3DGrapher. Комп'ютерна програма дозволяє зробити побудову поверхні однієї і тієї ж функції в декартових, циліндричних і сферичних координатах. Виділити кольором. Порівняти зображення. Функції задаються в параметричному виді.

Є) комп'ютерна програма Компас-3DLT 5.10. Застосовується при вивченні курсу креслення, але може бути застосована при вивченні стереометрії (зображення фігур у тривимірному просторі, побудова їхніх перетинів). Також програма дозволяє обчислювати об'єми і площі тіл обертання її використання дає можливість значно інтенсифікувати процес навчання.

Ж) комп'ютерні програми MS Word, MS Excel, MS Power Point, Paint, Corel Draw, Adobe Photoshop. Можна застосовувати при:

- складанні коротких і повних конспектів тем (Word);
- побудові найрізноманітніших діаграм і гістограм, обчислень довжин, площ, об'ємів геометричних об'єктів (Microsoft Excel);
- виконанні творчих презентацій з окремих тем, а також навчальних презентацій для вивчення теми математики або для навчання у визначеній програмі (Microsoft Power Point);
- створення, зберігання і змінювання на комп'ютері різних зображень (рисунків, креслень, мультиплікацій) (Corel Draw, Adobe Photoshop).

З) комп'ютерна програма Corel Draw. Corel Draw — векторний графічний редактор. За допомогою векторної графіки можна легко й швидко малювати об'єкти простої геометричної форми. У векторному способі кодування геометричні фігури криві й прямі лінії, що складають рисунок, зберігаються в пам'яті комп'ютера у вигляді математичних формул і геометричних абстракцій — круг, квадрат, еліпс тощо. За допомогою математичних формул можна описати найрізноманітніші фігури.

Як приклад, наведемо розв'язування однієї задачі.

Приклад. В одній системі координат побудувати графіки функцій $y = \sqrt{2x - 1}$ і $y = 3$ та знайти точки їх перетину.

1. Клацаємо кнопку на панелі інструментів «Графік»; або + F. У віконці «Формула» записуємо $y = \text{sqrt}(2 * x - 1)$. Вибираємо потрібний колір, товщину і стиль. Натискаємо ОК. На екрані з'явиться графік даної функції.

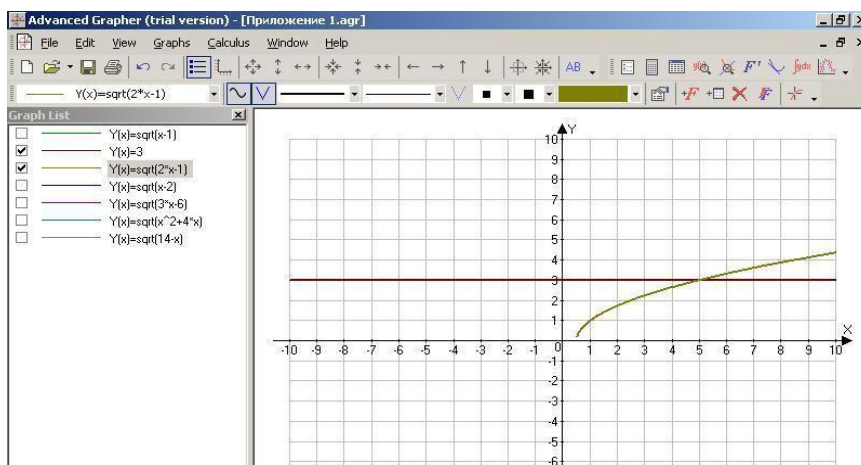


Рис. 1. Побудований графік функції

2. Аналогічно побудуємо графік другої функції $y = 3$.

3. Клацаємо на панелі інструментів «Пересечение» і у віконці $U1(x) =$ вводимо першу функцію, а у віконці $U2(x) =$ — другу.

4. Підписуємо назву функції «Правка» — «Додати мітку».

Проставляємо параметри (межі, в які входять точки перетину). ОК.

На екрані з'явиться таблиця з указаними точками перетину.

Окремо хочеться виділити можливість відображати ділянку графіка, а також функцію трасування — можливості візуально переглянути процес побудови графіка, переміщаючи повзунок у відповідному діалоговому вікні, там відображається і значення функції у цій точці. Також важливо відзначити можливість обчислення визначеного інтеграла з функцією визначення як числового значення, так і отримання області, що інтегрується (по якій визначається площа).

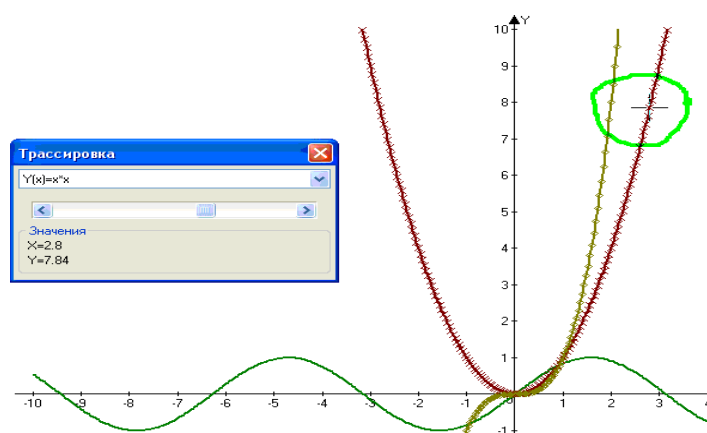


Рис. 2. Трасування графіка

У якості прикладного аспекту розглянуто комп'ютерне моделювання в екології. Класична екологія — наука про взаємодію організмів і навколишнього середовища. Сьогодні, говорячи про екологію, частіше за все мають у вигляді не класичну, а соціальну екологію, що оформилася як науковий напрям і напрям суспільно-політичної діяльності на 100 років пізніше, і займається проблемами охорони довколишнього середовища, взаємодією з нею людського співтовариства.

Ми обмежилися деякими класичними моделями «старої» екології, що обумовлене наступними причинами. По-перше, вони достатньо прості і вивчені, постановка їх цілком очевидна і в пізнавальному плані цікава і корисна. По-друге, моделі розповсюдження забруднень навколишнього середовища вимагають використання вельми складного математичного апарату. Для того, щоб дати уявлення про задачі, що стоять перед сучасними дослідниками в цій області, далі наведений опис однієї з глобальних моделей, які пробують з'ясувати шляхи взаємодії екосистеми планети з індустріальною і економічною системами сучасного суспільства.

Зупинимося на деяких поняттях, які зустрічатимуться в цьому розділі. Під особиною розуміється окремий індивідуум, окремий організм. Популяція — це сукупність особин одного виду, існуючих в один і той же час і які займають певну територію. І, нарешті, співтовариство — це сукупність спільно співіснуючих популяцій.

У класичній екології розглядаються взаємодії декількох типів:

- організму і навколишнього середовища;
- особин усередині популяції;
- між особинами різних видів (між популяціями).

Математичні моделі в екології використовуються практично з моменту виникнення цієї науки. І хоча поведінка організмів в живій природі набагато важче адекватно описати засобами математики, ніж найскладніші фізичні процеси, моделі допомагають встановити деякі закономірності і загальні тенденції розвитку окремих популяцій, а також співтовариств. Здається дивним, що люди, які займаються живою природою, відтворюють її в штучній математичній формі, але є вагомі причини, які стимулюють ці заняття. Ось деякі цілі створення математичних моделей в класичній екології.

1. Моделі допомагають виділити суть або об'єднати і виразити за допомогою декількох параметрів важливі розрізнені властивості великого числа унікальних спостережень, що полегшує екологу аналіз даного процесу або проблеми.

2. Моделі виступають як «спільна мова», за допомогою якої може бути описано кожне унікальне явище, і відносні властивості таких явищ стають більш зрозумілими.

3. Модель може служити зразком «ідеального об'єкту» або ідеальної поведінки, при порівнянні з якою можна оцінювати і вимірювати реальні об'єкти і процеси.

4. Моделі дійсно можуть пролити світло на реальний світ, недосконалими імітаціями якого вони є.

При побудові моделей в математичній екології використовується досвід математичного моделювання механічних і фізичних систем, проте з урахуванням специфічних особливостей біологічних систем, а саме:

- складна внутрішня будова кожної особини;
- залежність умов життєдіяльності організмів від багатьох чинників зовнішнього середовища;
- незамкнутості екологічних систем;
- величезного діапазону зовнішніх характеристик, при яких зберігається життєздатність систем.

Залучення комп'ютерів істотно розсунуло межі моделювання екологічних процесів. З одного боку з'явилася можливість всесторонньої реалізації складних математичних моделей, які не допускають аналітичного дослідження, з іншого — виникли принципово нові напрями, і перш за все — імітаційне моделювання.

Проведено також огляд моделей прогнозування.

У даний час нараховується понад 100 класів моделей. Число загальних класів моделей, які в тих чи інших варіаціях повторюються в інших, набагато менше. Частина моделей і відповідних методів відноситься до окремих процедур прогнозування. Частина методів представляє набір окремих прийомів, що відрізняються від базових або один від одного кількістю прийомів і послідовністю їх застосування.

В аналітичному огляді всі методи прогнозування поділяються на дві групи: інтуїтивні та формалізовані. Інтуїтивне прогнозування застосовується тоді, коли об'єкт прогнозування або занадто простий, або, навпаки, настільки складний, що аналітично врахувати вплив зовнішніх факторів неможливо. Інтуїтивні методи прогнозування не передбачають розробку моделей прогнозування і відображають індивідуальні судження фахівців (експертів) щодо перспектив розвитку процесу. Інтуїтивні методи засновані на мобілізації професійного досвіду і інтуїції. Такі методи використовуються для аналізу процесів, розвиток яких або повністю, або частково не піддається математичній формалізації, тобто для яких важко розробити адекватну модель. До таких методів належать методи експертних оцінок, історичних аналогій, передбачення за зразком. Крім того, в даний час широко поширене застосування експертних систем, в тому числі з використанням нечіткої логіки.

Формалізовані методи розглядають моделі прогнозування, які поділяються на статистичні моделі і структурні моделі. У статистичних моделях функціональна залежність між майбутніми та фактичними значеннями часового ряду, а також зовнішніми факторами задана аналітично. До статистичних моделей належать:

- регресійні моделі;
- авторегресійні моделі;
- моделі експоненціального згладжування.

У структурних моделях функціональна залежність між майбутніми та фактичними значеннями часового ряду, а також зовнішніми факторами задана структурно. До структурних моделей належать такі групи:

- нейромереві моделі;
- моделі на базі ланцюгів Маркова;
- моделі на базі класифікаційно-регресійних дерев.

Крім того, необхідно відзначити, що для вузькоспеціалізованих завдань іноді застосовуються особливі моделі прогнозування. Так, наприклад, для завдання прогнозування рівня цукру крові людини застосовуються моделі на основі диференціальних рівнянь. Для завдання прогнозування транспортного по-

току, яке в останні кілька років актуальне для мегаполісів, застосовуються гідродинамічні моделі. Для прогнозування природних явищ, таких як землетруси, застосовується, наприклад, модель, в основу якої покладено нелінійні клітини (або стільники), що знаходяться під впливом зовнішнього поля, і у яких є внутрішній стан, що змінюється в часі під впливом цього поля. Аналогічні моделі розробляються і застосовуються для спеціальних процесів і систем.

Детально розглянуто задачі лінійного програмування.

Складність економічних систем (явищ, процесів) як об'єктів досліджень вимагає їх ретельного вивчення з метою з'ясування найважливіших функціональних залежностей, внутрішніх взаємозв'язків між їхніми елементами. У результаті здійснюються можливі спрощення та допущення, що, очевидно, погіршує адекватність побудованих математичних моделей і є чудовим приводом для критики. Однак лише прийняття певних допущень уможлиблює формалізацію будь-якої економічної ситуації. Не існує загальних рекомендацій щодо процесу моделювання, тому в кожному конкретному разі вимоги до побудови математичної моделі залежать від цілей та умов досліджуваної системи.

У процесі застосування математичного моделювання в економіці чітка постановка задачі та її формалізація є найскладнішим етапом дослідження, вимагає ґрунтовних знань передусім економічної суті процесів, які моделюються. Однак, вдало створена математична модель може надалі застосовуватись для розв'язування інших задач, які не мають відношення до ситуації, що початково моделювалася. У математичному програмуванні сформовано певний набір класичних постановок задач, економіко-математичні моделі яких широко використовують у практичних дослідженнях.

Наведемо кілька вже формалізованих типових постановок економічних задач, що розв'язуються методами математичного програмування (більшість сформульованих задач будуть вивчатися в наступних розділах).

Усі розглянуті задачі залежно від наявності та точності початкової інформації, мети дослідження, ступеня врахування невизначеності, специфіки застосу-

вання до конкретного процесу можуть бути сформульовані як у вигляді статичних, детермінованих, неперервних лінійних задач, так і в складнішій постановці, де один, кілька чи всі параметри визначаються з певним рівнем імовірності та використовують нелінійні залежності.

Задача визначення оптимального плану виробництва: для деякої виробничої системи (цеху, підприємства, галузі) необхідно визначити план випуску кожного виду продукції за умови найкращого способу використання наявних ресурсів. У процесі виробництва задіяний визначений набір ресурсів: сировина, трудові ресурси, технічне обладнання тощо. Відомі загальні запаси ресурсів, норми витрат кожного ресурсу та прибуток з одиниці реалізованої продукції. Задаються також за потреби обмеження на обсяги виробництва продукції у певних співвідношеннях (задана асортиментність). Критерії оптимальності: максимум прибутку, максимум товарної продукції, мінімум витрат ресурсів.

Задача про «дієту» (або про суміш): деякий раціон складається з кількох видів продуктів. Відомі вартість одиниці кожного компонента, кількість необхідних організму поживних речовин та потреба в кожній речовині, вміст в одиниці кожного продукту кожної поживної речовини. Необхідно знайти оптимальний раціон — кількість кожного виду продукту, що враховує вимоги забезпечення організму необхідною кількістю поживних речовин. Критерій оптимальності — мінімальна вартість раціону.

Транспортна задача: розглядається певна кількість пунктів виробництва та споживання деякої однорідної продукції (кількість пунктів виробництва та споживання не збігається). Відомі обсяги виготовленої продукції в кожному пункті виробництва та потреби кожного пункту споживання. Також задана матриця, елементи якої є вартістю транспортування одиниці продукції з кожного пункту виробництва до кожного пункту споживання. Необхідно визначити оптимальні обсяги перевезень продукції, за яких були б найкраще враховані необхідності вивезення продукції від виробників та забезпечення вимог споживачів. Критерії оптимальності: мінімальна сумарна вартість перевезень, мінімальні сумарні витрати часу.

Задача оптимального розподілу виробничих потужностей: розглядаються кілька підприємств, що виготовляють певну кількість видів продукції. Відомі фонд робочого часу кожного підприємства; потреби в продукції кожного виду; матриця потужностей виробництва всіх видів продукції, що виготовляються на кожному підприємстві, а також собівартості виробництва одиниці продукції кожного підприємства. Необхідно розподілити виробництво продукції між підприємствами у такий спосіб, щоб задовольнити потреби у виготовленні продукції та максимально використати виробничі потужності підприємств. Критерій оптимальності: мінімальні сумарні витрати на виготовлення продукції.

Задача про призначення: нехай набір деяких видів робіт може виконувати певна чисельність кандидатів, причому кожного кандидата можна призначати лише на одну роботу і кожна робота може бути виконана тільки одним кандидатом. Відома матриця, елементами якої є ефективності (у вибраних одиницях) кожного претендента на кожній роботі. Розв'язком задачі є оптимальний розподіл кандидатів на посади. Критерій оптимальності: максимальний сумарний ефект від виконання робіт.

Задача комівояжера: розглядається кілька міст. Комівояжеру необхідно, починаючи з міста, в якому він перебуває, обійти, не буваючи ніде двічі, всі міста і повернутися в початкове. Відома матриця, елементи якої — вартості пересування (чи відстані) між всіма попарно пунктами подорожі. Знайти оптимальний маршрут. Критерій оптимальності: мінімальна сумарна вартість (відстань) пересування по маршруту.

Задача оптимального розподілу капіталовкладень. Планується діяльність групи (системи) підприємств протягом деякого періоду, який розділено на певну кількість підперіодів. Задана сума коштів, які можна вкладати в будь-яке підприємство чи розподіляти між ними протягом всього періоду планування. Відомі величини збільшення виробництва продукції (за умови здійснення додаткових капіталовкладень) у кожному з підприємств групи для всіх підперіодів. Необхідно визначити, як розподіляти кошти на початку кожного підперіоду між підприємствами так, щоб сумарний дохід за весь період був максимальним.

В основу моделей лінійного програмування закладені два прості допущення, які майже завжди виконуються:

- припущення подільності, яке полягає в тому, що сумарна кількість ресурсів, що використовуються і відповідний прибуток строго пропорційні обсягу випущеної продукції;
- припущення адитивності полягає у рівності загальної суми всіх затрачених ресурсів кількості ресурсів, спожитих в технологічних процесах та рівності загального прибутку всім прибуткам, отриманим в процесах.

Наведемо як приклад розв'язування однієї із задач лінійного програмування.

Задача. Знайти найбільше та найменше значення функції $F = 2x_1 + 3x_2$ за умов обмеження

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 10, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \geq 5, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Розв'язування

Побудуємо прямі, що відповідають рівнянням, зрозумілим із системи обмежень, і відмітимо ті півплощини, що відповідають нерівностям обмежень.

I: $x_1 + 3x_2 = 10$. Пряма проходить, наприклад, через точки (1; 3) і (4; 2). Щоб визначити, яка з двох отриманих півплощин є розв'язком відповідної нерівності, підставляємо у її рівняння координати довільної точки і визначаємо істинність нерівності. Наприклад, підставивши у нерівність $x_1 + 3x_2 \leq 10$ координати точки (0; 0), одержимо $0 + 3 \cdot 0 \leq 10$; $0 \leq 10$ — істинна нерівність. Тоді розв'язком заданої нерівності будуть усі точки, які містяться нижче від граничної прямої.

II: $x_1 + x_2 = 6$; (6; 0), (0; 6).

III: $2x_1 + x_2 = 5$; (2; 1), (0; 5).

Умова $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ вказує на достатність розгляду в першому квадранті.

Усім умовам належності до відповідних півплощин відповідає чотирикутник $ABCD$. Будуємо вектор нормалі $\vec{N}(2;3)$. Перпендикулярно до вектора нормалі проводимо лінію рівня. Якщо переміщати її за напрямом вектора нормалі,

то останньою спільною точкою многокутника розв'язків і лінії рівня буде точка B . Точка B утворена в результаті перетину **I** і **II** обмежень. Знайдемо її координати із системи рівнянь:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 10; \\ x_1 + x_2 = 6; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = 6; \\ 2x_2 = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = 6; \\ x_2 = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 4; \\ x_2 = 2. \end{cases}$$

Отже, $B(4; 2)$.

Якщо переміщати її проти напрямку вектора нормалі, то останньою спільною точкою многокутника розв'язків і лінії рівня буде точка D . Точка D утворена в результаті перетину **III** обмеження і прямої $x_2 = 0$. Знайдемо її координати із системи рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5; \\ x_2 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 = 5; \\ x_2 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 2,5; \\ x_2 = 0. \end{cases}$$

Отже, $D(2,5; 0)$.

Знайдемо екстремальні значення цільової функції, підставивши координати відповідних точок у її рівняння.

$$F_{\max} = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 8 + 6 = 14;$$

$$F_{\min} = 2 \cdot 2,5 + 3 \cdot 0 = 5 + 0 = 5.$$

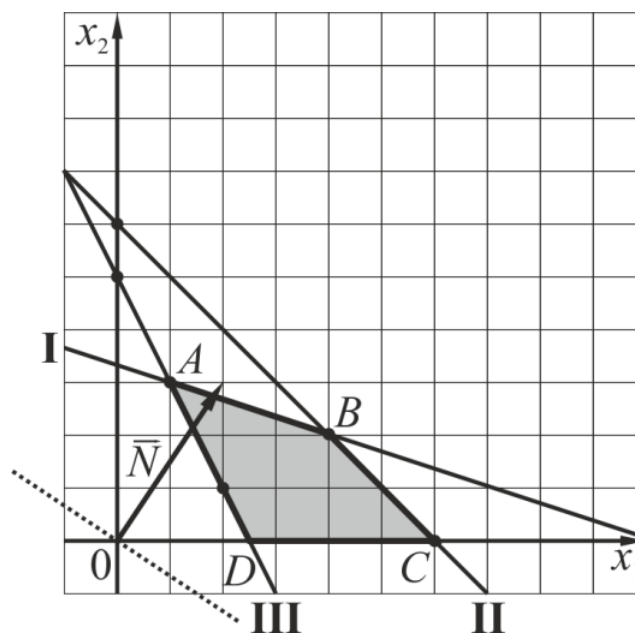


Рис. 3. Графічний метод розв'язування ЗЛП

Заходи з реалізації проєкту DeDiMaMo

У процесі виконання міжнародного проєкту «DeDiMaMo — Розвиток математичних компетентностей студентів за допомогою цифрового математичного моделювання», програми Eurasia, № СРЕА-ST-2019/10067 (Норвегія — Україна) було проведено ряд заходів.

1. Презентація студентського дослідження (3.12.2020 р.).

<http://dedimamo.kubg.edu.ua/khronolohiia-podii/prezentatsiia-studentskykh-doslidzhen-v-mezhakh-proiektu-dedimamo/>

На семінарі було представлено результати студентських дослідницьких проєктів. Університет Грінченка представляли студенти 6 курсу ОПП Математичне моделювання Ольга Панасюк з доповіддю «Побудова та аналіз економетричної моделі соціально-економічного розвитку України» (науковий керівник — доцент кафедри комп'ютерних наук та математики Оксана Глушак) та Владислав Квочкін з презентацією «Моделювання процесу розпізнання образів з використанням згорткової нейронної мережі» (науковий керівник — доцент кафедри комп'ютерних наук та математики Ірина Машкіна. Від Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка з доповідями виступили Арсен Сеньків на тему «Математичне прогнозування чисельності популяцій в екосоні Чортківського лісництва Тернопільської області» та Христина Клапушак з презентацією «Використання класу сіткових задач в логістиці для середнього і дрібного бізнесу України».

2. Воркшоп з представниками американської компанії CourseArc Дженніфер Міллер та Стейсі Мерфі (4.01.2021).

<http://dedimamo.kubg.edu.ua/khronolohiia-podii/mizhнародnyi-vorkshop-vidbuvsia-u-ramkakh-proiektu-dedimamo/>

4 січня 2021 року відбувся воркшоп представників американської компанії CourseArc Jennifer Miller та Stacey Murphy з робочою групою міжнародного україно-норвезького проєкту DeDiMaMo у складі проф. Ю. В. Роговченко (університет Агдер, Норвегія), проф. Н. В. Морзе (Київський університет імені Бориса Грінченка), доц. Н. Р. Балик, О. В. Барна, С. В. Мартинюк, В. П. Олексюк

(усі — ТНПУ імені Володимира Гнатюка) з питань адаптивного навчання. У ході воркшопу було обговорено використання програмного забезпечення американської компанії, його основні можливості, інтеграцію в LMS Moodle тощо. Сторони домовилися про використання програмних продуктів у тестовому режимі та подальші зустрічі для розробки та впровадження елементів адаптивного навчання у закладах освіти.

3. Практикум з математики в ТНПУ (20.01.2021).

<http://dedimamo.kubg.edu.ua/khronolohiia-podii/populiaryzatsiia-mizhnarodnoho-proiektu-dedimamo-u-ramkakh-matematychnoi-maisterni-tnpu/>

У рамках Року математики і реалізації спільного україно-норвезького проєкту DeDiMaMo «Розвиток математичних компетентностей студентів за допомогою цифрового математичного моделювання» 20 січня 2021 року в Тернопільському національному педагогічному університеті імені Володимира Гнатюка почала працювати «Математична майстерня».

Захід відкрив ректор Богдан Богданович Буяк, який відзначив роль математичної освіти у теперішній час, кроки, які здійснює керівництво університету для популяризації вивчення дисциплін природничо-математичного циклу. Начальниця Управління освіти та науки Тернопільської обласної державної адміністрації Ольга Зеновіївна Хома підкреслила важливість роботи університету в плані підготовки майбутніх учителів математики, фізики й інформатики та діяльність викладачів університету щодо розвитку STEM-освіти Тернопільщини.

Завідувачка кафедри інформатики та методики її навчання Балик Надія Романівна, доценти цієї ж кафедри Сергій Володимирович Мартинюк та Ольга Василівна Барна поділилися з учасниками зустрічі про перспективи абітурієнтів і студентів, які вивчають математику й інформатику, ознайомили присутніх з одержаними результатами щодо напрямів удосконалення і розвитку математичних компетентностей студентів університету.

4. Онлайн-семінар з проблем адаптивного навчання (24.02.2021).

<http://kafinf.tnpu.edu.ua/он-лайн-семінар-з-проблем-адаптивного/>.

5. Семінар з використання математичних пакетів Matlab, Mathcad, Maple, Mathematica (11.02.2021).

<http://kafinf.tnpu.edu.ua/науковий-онлайн-семінар-у-рамках-міжн/>.

6. Міжнародний PLATINUM вебінар «Дослідницькі завдання у викладанні та навчанні математики в університеті» (9.03.2021).

<http://kafinf.tnpu.edu.ua/у-партнерстві-із-міжнародними-інстит/>

9 березня 2021 року учасники проєкту DEDIMAMO брали участь у вебінарі, організованому командою міжнародного проєкту PLATINUM (ПАРТНЕРСТВО ДЛЯ НАВЧАННЯ ТА ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ В УНІВЕРСИТЕТІ – Erasmus+ KA203 Strategic Partnerships for higher education Project “Partnership for Learning and Teaching in University Mathematics” (2018-1-NO01-KA203-038887). Контекстом проєкту стратегічного партнерства є викладання та навчання математики на університетському рівні в різних країнах. Консорціум координується Університетом Агдера (Норвегія) і включає вісім університетів з Чехії, Німеччини, Нідерландів, Норвегії, Іспанії, України та Великобританії.

Під час вебінару команда PLATINUM представила інтелектуальні результати проєкту та приклади завдань з математики на основі запитів, розроблених та протестованих на різних курсах в університетах-партнерах. Основні доповіді виголосили: академічний керівник проєкту професор Барбара Яворські (Університет Лафборо), запрошений спікер професор Мішель Аріті (Паризький університет Дідро), професор Рейнхард Хохмут (Університет Лейбніца, Ганновер).

Вебінар організував Університет Масарика у співпраці з Університетом Агдера та MatRIC, Центром досконалості викладання математики. Після виступу спікерів було організовано три сесії запитань та відповідей, у якій також брали участь науковці ТНПУ (доц. Н. Балик, доц. О. Барна, доц. С. Мартинюк, доц. В. Олексюк, вик. Я. Василенко). Завершився вебінар науковою панеллю із запрошеними спікерами.

7. Міжнародний вебінар з питань обговорення ЕНК з математичного моделювання (18.03.2021).

<http://kafinf.tnpu.edu.ua/міжнародний-вебінар-з-обговорення-ен/>.

18 березня відбувся вебінар з обговорення електронного навчального курсу (ЕНК) з математичного моделювання, створеного у рамках україно-норвезького проєкту DEDIMAMO. У вебінарі брали участь: Ю. В. Роговченко (Університет Агдера); Н. В. Морзе, М. А. Гладун, М. М. Астаф'єва, І. В. Машкіна, О. С. Литвин, О. М. Глушак, Ю. І. Мажуга (КУБГ); Н. Р. Балик, О. В. Барна, І. М. Грод, С. В. Мартинюк, В. П. Олексюк, Я. П. Василенко (ТНПУ). Під час зустрічі обговорювалася структура та зміст електронного курсу «Математичне моделювання», створеного спільно університетами в LMS Moodle. Особлива увага була присвячена підбору та розробці завдань для математичного моделювання реальних проблем.

8. Апробація електронного курсу «Математичне Моделювання (DeDiMaMo)». Семінар (28.04.2021).

<http://kafinf.tnpu.edu.ua/апробація-електронного-курсу-матем/>.

28 квітня на фізико-математичному факультеті відбувся онлайн-семінар «Підведення результатів апробації електронного курсу «Математичне моделювання (DeDiMaMo)», модуль «Моделі та методи лінійного програмування», створеного у рамках реалізації проєкту «Development of students' mathematical competencies through Digital Mathematical Modelling (DeDiMaMo)» — Розвиток математичних компетентностей студентів за допомогою цифрового математичного моделювання» СРЕА-ST-2019/10067.

Про реалізацію проєкту, його мету, головні здобутки та перспективи розповіла завідувач кафедри інформатики та методики її навчання доц. Н. Р. Балик. Доц. С. В. Мартинюк провів огляд завдань, які були вирішені, переваги його вивчення студентами спеціальності «Інформатика» на фізико-математичному факультеті.

Студенти груп ІМ-33 та СОІнск-14 поділилися враженнями від вивченого модуля, звернули увагу на проблеми, з якими вони стикнулися. Апробацію модуля здійснювали 23 студенти фізико-математичного факультету. Як результат

практичної частини курсу, вони продемонстрували підготовлені проекти розв'язування задач лінійного програмування графічним і симплекс-методами та транспортних задач. Як підсумок, було зазначено про доцільність вивчення такої дисципліни, оскільки вона не тільки збагачує студентів математичними знаннями, уміннями математичного моделювання, а й має прикладне значення.

9. Участь представників проєкту «DeDiMaMo — Розвиток математичних компетентностей студентів за допомогою цифрового математичного моделювання», програми Eurasia, № СРЕА-ST-2019/10067 (Норвегія — Україна) у роботі PLATINUM Webinar “Creating Communities Of Inquiry: Focus On Students With Special Needs And On Mathematical Modelling” (10.06.2021).

Науковці фізико-математичного факультету Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка — учасники міжнародного проєкту Development of students' mathematical competencies through Digital Mathematical Modeling (DeDiMaMo) взяли участь у роботі PLATINUM Webinar “Creating Communities Of Inquiry: Focus On Students With Special Needs And On Mathematical Modelling”.

Спікери **Barbara Jaworski** (Loughborough University), **Simon Goodchild** (MatRIC/University of Agder) **Reinhard Hochmuth**, **Sarah Khellaf**, **Jana Peters** (Leibniz University Hannover), **Lukáš Másilko** (Masaryk University), **Stephanie Thomas** (Loughborough University), **Morten Blomhøj** (Aarhus University), **Gabriele Kaiser** (University of Hamburg), **Paul Hernandez Martinez** (Swinburne University), **Iryna Mashkina** (Borys Grinchenko Kyiv University), **Farzad Radmehr** (Western Norway University of Applied Sciences), **Helge Fredriksen** (UiT – The Arctic University of Norway) поділились досвідом впровадження технології IBL (inquiry based learning) – навчання на основі запитів при викладанні математики в університетах, які вони представляють.

Особливості технології IBL та використання цифрових інструментів у навчанні математичному моделюванню для студентів спеціальності «Середня освіта (Інформатика)» в Тернопільському національному педагогічному університеті імені Володимира Гнатюка представили доцентка Ольга Барна та доцент Сергій

Мартинюк. Важливо, що розглянутий кейс із цифровізації сучасної математичної освіти в нашому університеті високо оцінений міжнародною науковою спільнотою. У підготовці матеріалів семінару та обговоренні доповідей взяли участь доценти Надія Балик, Інна Грод, Василь Олексюк, Ярослав Василенко, Галина Шмигер.

10. Семінар «Використання пакету Wolfram для комп'ютерного моделювання» для студентів магістратури за програмою «Середня освіта (математика)» (16.09.2021), <http://tnpu.edu.ua/news/6226/>.

Одним із завдань проєкту «DeDiMaMo — Розвиток математичних компетентностей студентів за допомогою цифрового математичного моделювання», програми Eurasia, № СРЕА-ST-2019/10067 (Норвегія — Україна) є його популяризація серед студентської молоді. Під час семінару доцент Надія Балик розповіла про завдання проєкту та основні його результати, можливість студентської участі у міжнародній співпраці. Доцент Ольга Барна розкрила особливості роботи з програмою Wolfram у контексті цифрового математичного моделювання.

11. Семінар «Прикладні аспекти задач математичного моделювання» (09.02.2022). <https://tnpu.edu.ua/news/6859/>

У ході семінару магістранти представляли свої наукові дослідження. Про модель Ферхюльста для опису росту розвитку популяції в умовах обмеження ресурсів харчування доповідала Христина Клапущак. Задача полягала в побудові неперервної моделі Ферхюльста для опису росту розвитку популяції в умовах обмеження ресурсів харчування та дослідженні впливу початкових умов на форму кривої росту популяції. Про практичний метод побудови картини поверхонь рівного потенціалу розповіла Карина Мельник. Вона представила математичну модель розподілу електричного поля в просторі для системи, яка складається із кількох точкових зарядів довільної величини, створеної нерухомими точковими зарядами, створила програму побудови ліній рівного потенціалу.

У роботі наукового семінару активну участь брали викладачі кафедри інформатики та методики її навчання Надія Балик, Інна Грод, Ольга Барна, Сергій Мартинюк, Ярослав Василенко, Василь Олексюк.

12. Семінар «Прикладні аспекти задач математичного моделювання в умовах військового часу» (10.10.2022).

<http://dedimamo.kubg.edu.ua/khronolohiia-podii/mizhnarodna-spivpratsia-fizyko-matematychnoho-fakultetu-tnpu-v-ramkakh-proiektu-dedimamo/>

На фізико-математичному факультеті триває міжнародний проєкт DeDiMaMo «Розвиток математичних компетентностей студентів за допомогою цифрового математичного моделювання», Eurasia, CPEA-ST-2019/10067. У рамках його роботи відбувся науковий семінар «Прикладні аспекти задач математичного моделювання в умовах військового часу».

У ході семінару співкоординатор проєкту Надія Балик розповіла про цілі проєкту, основні завдання та результати їх виконання протягом 2019-2022 років, про насичену міжнародну співпрацю з колегами-науковцями з Університету Агдера (Норвегія), Київського національного педагогічного університету імені Бориса Грінченка (Україна).

Про застосування математичного моделювання в розробці та роботі високотехнологічного озброєння розповіла учасниця проєкту Ольга Барна. Вона представила серію цифрових застосунків, які можна використати для комп'ютерного математичного моделювання практичних задач, які актуальні в умовах військового стану та будуть особливо потрібні для здійснення біологічних, соціальних та рекреаційних досліджень.

У роботі наукового семінару активну участь брали викладачі кафедри інформатики та методики її навчання, учасники міжнародного проєкту Надія Балик, Ольга Барна, Сергій Мартинюк, Ярослав Василенко, Інна Грод, Василь Олексюк, студенти спеціальностей «Середня освіта. Інформатика», «Середня освіта. Математика».

Змістовне наповнення та апробація навчального курсу

«Цифрове математичне моделювання»

У ході реалізації проєкту DeDiMaMo було виконано проєктування, змістовне наповнення та апробація навчального курсу за вибором «Цифрове математичне моделювання» для студентів спеціальностей 014.09 Середня освіта (Інформатика) та 014.04 Середня освіта (Математика) на основі використання сучасних

інноваційних методів та цифрових технологій навчання математичному та комп'ютерному моделюванню.

Навчальний курс «Цифрове математичне моделювання» розміщено на сервері дистанційного навчання ТНПУ, який працює на базі LMS Moodle.

Дисципліна «Цифрове математичне моделювання» спрямована на формування та розвиток цифрових компетентностей для професійного володіння інформаційними технологіями в ході розв'язування прикладних задач математичного моделювання. Як навчальна дисципліна, «Цифрове математичне моделювання» забезпечує формування у фахівців комплексу професійних знань щодо цифрових інструментів побудови та дослідження математичних моделей реальних процесів, явищ, об'єктів для отримання їх реакцій на зміну зовнішніх чинників. Це дозволяє отримати необхідні знання про об'єкт, який з тих чи інших причин не може бути дослідженим експериментально.

Оволодіння цифровими інструментами створення і дослідження математичних моделей є невід'ємним елементом підготовки висококваліфікованих спеціалістів у різних галузях економіки України. Змістовне наповнення курсу відповідає актуальним напрямкам застосування математичного моделювання в ході розв'язування прикладних завдань науки, техніки, економіки та екології.

Навчальний курс містить п'ять змістових модулів:

1. Основи математичного моделювання.
2. Простіші приклади математичних моделей.
3. Математичні моделі еколого-біологічних систем.
4. Простіші математичні моделі економічного прогнозу.
5. Моделі та методи лінійного програмування.

Кожний змістовий модуль містить коротку анотацію, виклад теоретичного матеріалу, методичні та інструктивні матеріали для проведення семінарських, практичних та лабораторних робіт, глосарій, перелік навчальних ресурсів та блок контролю знань у тестовій формі.

Виклад теоретичного матеріалу та теоретичних відомостей до практичних та лабораторних занять містить елементи програмованого та адаптивного навчання, що дозволяє керувати процесом засвоєння навчального матеріалу студентом згідно до особистісних можливостей та попередньої підготовки студентів. Теоретичний матеріал подається порційно, з постійним контролем за рівнем засвоєння знань. У випадку незадовільного засвоєння чергової порції матеріалу приймається рішення про повернення студента на один із попередніх етапів. Таким чином, формується індивідуальна траєкторія засвоєння знань кожним із студентів.

Практичні навички з використання цифрових технологій у математичному та комп'ютерному моделюванні формуються шляхом застосування цілого переліку методичних підходів в рамках розробленої авторської методики та відповідним чином підібраних цифрових інструментів.

У тестовому блоці використовувалися питання наступних типів: багатоваріантне питання, питання на визначення пропущених слів, питання на відповідність, випадкові питання на відповідність, вкладені відповіді (закриті питання), есе, коротка відповідь, перетягування в тексті, перетягування маркерів, перетягування на картинку, питання Правильно/Неправильно, розрахункові питання, розрахункові з множинним вибором.

Перший змістовний модуль «Основи математичного моделювання» призначений для оволодіння студентами наступними питаннями:

Основні поняття математичного моделювання та системного аналізу. Основні принципи математичного моделювання. Типи, класифікація моделей. Поняття адекватності та оптимальної моделі. Критерій якості моделі. Системний підхід в моделюванні. Методи системного аналізу. Основні методи та етапи математичного моделювання. Структурна класифікація математичних моделей. Імітаційне моделювання як засіб пізнання складних систем. Особливості методів математичного моделювання процесів неживої, живої природи. Ідентифікація моделей.

Таблиця 1. Структура змістового модуля 1

Теми лекцій	Теми семінарських, практичних та лабораторних занять
Тема 1. Основні поняття і принципи математичного моделювання. Класифікація математичних моделей	Семінарське заняття за темою 1 Практичне заняття. Моделювання затухаючих коливань
Тема 2. Побудова математичних моделей	Лабораторна робота за Темою 3
Тема 3. Математичне моделювання в MatLab	

У результаті вивчення змістового модуля 1 студенти будуть знати:

- класифікацію математичних моделей систем;
- вимоги до математичних моделей та їх властивості;
- принципи побудови математичних моделей;
- закони, на основі яких виводяться математичні моделі природних процесів.

Змістовний модуль 2 «Простіші приклади математичних моделей» призначений для оволодіння студентами наступними питаннями: Комп'ютерне моделювання в алгебрі та геометрії. Моделювання геометричних місць точок. Моделювання геометричної інтерпретації першої похідної функції.

Простіші приклади моделей, що виводяться з фундаментальних законів природи. Модель руху кулі (закон збереження енергії). Моделювання траєкторії руху тіла, кинутого під кутом до горизонту. Модель руху човна.

Таблиця 2. Структура змістового модуля 2

Теми лекцій	Теми лабораторних занять
Тема 1. Комп'ютерні моделі в алгебрі та геометрії	Лабораторна робота 1. Моделювання в алгебрі
Тема 2. Моделювання фізичних процесів	Лабораторна робота 2. Моделювання геометричних місць точок Лабораторна робота 3. Моделювання фізичних ситуацій

Лабораторна робота 1 містить покроковий опис виконання поставленого завдання в Microsoft Excel. У лабораторній роботі 2 студенти повинні володіти основами візуального та об'єктно-орієнтованого програмування в середовищі Delphi. Для виконання лабораторної роботи 3 підходить довільне середовище, яке дозволяє відображати результати обчислень за введеними формулами.

У результаті вивчення змістового модуля 2 студенти будуть знати:

- як складати математичні моделі конкретних процесів та систем;
- як знаходити розв'язки задач, якими описуються побудовані математичні моделі, використовуючи цифрові інструменти;
- як інтерпретувати знайдені розв'язки стосовно конкретних процесів та систем, для яких складалась математична модель, та робити прогнози.

Змістовний модуль 3 «Математичні моделі еколого-біологічних систем» призначений для оволодіння студентами наступними питаннями:

Комп'ютерне моделювання в екології. Моделі внутрішньовидової і міжвидової конкуренції.

Моделі росту популяцій. Модель хижак-жертва. Аналітичне дослідження моделі Вольтера. Логістичний ріст (рівняння Ферхюльста).

Дискретні моделі динаміки екологічних систем. Модель Леслі. Аналіз умов виживання видів.

Імітаційне моделювання динаміки популяцій.

Аналіз моделей прогнозування часових рядів (лінійна і множинна регресійні моделі, авторегресійні моделі, моделі експоненціального згладжування, нейромережеві моделі, моделі на базі ланцюгів Маркова). Модель Аріма для прогнозування динаміки чисельності деякої популяції.

Використання кластерного аналізу для відображення таксономічної структури різноманіття деякого класу. Огляд інформативних індексів для оцінки таксономічного різноманіття іхтіофаун та екологічних характеристик. Моделювання таксономічного та екологічного різноманіття іхтіофаун засобами MathCad.

Таблиця 3. Структура змістового модуля 3

Теми лекцій	Теми лабораторних занять
<p>Тема 1. Моделювання динаміки чисельності популяцій</p> <p>Тема 2. Аналіз моделей прогнозування часових рядів</p> <p>Тема 3. Математичні методи та цифрові інструменти для оцінки таксономічного різноманіття іхтіофауни та екологічної характеристики середовищ</p>	<p>Лабораторна робота 1. Моделювання в екології</p> <p>Лабораторна робота 2. Співіснування популяцій «Хижак – жертва»</p> <p>Лабораторна робота 3. Співіснування популяцій «Два хижаки – одна жертва»</p> <p>Лабораторна робота 4. Методика побудови моделі Агіта для прогнозування динаміки чисельності популяції</p> <p>Лабораторна робота 5. Видовий склад іхтіофауни</p>

Завдання лабораторної роботи 1 можна виконати в Microsoft Excel. Програми для реалізації комп'ютерних моделей у лабораторних роботах 2, 3 і 4 написані мовою програмування Python і виконані у середовищі PyChar. Завдання лабораторної роботи 5 пропонується виконати в середовищі MathCad.

У результаті вивчення змістового модуля 3 студенти додатково будуть знати:

- типи математичних моделей екологічних та біологічних систем;
- прийоми їх побудови та дослідження;
- цифрові інструменти прогнозування розвитку еколого-біологічних систем;
- принцип аналогії та його застосування в математичному моделюванні на прикладі процесів поширення інформації.

Змістовний модуль 4 «Простіші математичні моделі економічного прогнозу» призначений для оволодіння студентами наступними питаннями:

Базові моделі ринкової економіки. Балансові моделі (модель Леонт'єва). Прогнозування в економіці. Модель виробництва із запасами. Прогнозування в соціальній сфері.

Використання теорії ігор в моделюванні. Основні поняття та класифікація ігор. Застосування апарату теорії ігор в економіці. Теорія графів і сіткове планування.

Конфліктно-керовані системи. Реалізація моделі управління запасами.

Таблиця 4. Структура змістового модуля

Теми лекцій	Теми практичних занять
Тема 1. Базові моделі ринкової економіки. Модель міжгалузевого балансу Леонт'єва	Практична робота 1. Побудова моделі міжгалузевого балансу
Тема 2. Прогнозування в економіці на прикладі простої економетричної моделі	Практична робота 2. Прогнозування на прикладі простої економетричної моделі
Тема 3. Застосування апарату теорії ігор та графів в економіці	Практична робота 3. Застосування апарату теорії ігор та графів в економіці
Тема 4. Модель управління запасами	Практична робота 4. Реалізація моделі управління запасами

Усі розрахунки у практичних роботах 1, 2 і 4 можна виконати за допомогою Microsoft Excel. Для побудови мережевих графіків у практичній роботі 3 можна скористатися засобами програмування або готовими програмами-конструкторами чи онлайн сервісами.

У результаті вивчення змістового модуля 4 студенти будуть знати:

- базові моделі ринкової економіки;
- методи та цифрові інструменти для прогнозування на прикладі простої економетричної моделі;
- можливості застосування апарату теорії ігор та графів в економіці;
- методи моделювання важкоформалізованих процесів на прикладах конфліктних ситуацій;
- способи реалізації моделі управління запасами.

Змістовний модуль 5 «Моделі та методи лінійного програмування» призначений для оволодіння студентами наступними питаннями:

Моделі математичного програмування. Модель оптимального планування виробництва. Графічне розв'язування ЗЛП з двома змінними.

Комп'ютерне моделювання оптимізаційних задач транспортного типу. Задача про потік мінімальної вартості. Оптимізаційне моделювання методом дискретизації. Загальна розподільна задача лінійного програмування.

Моделювання складних процесів з використанням симплекс-методу.

Таблиця 5. Структура змістового модуля 5

Теми лекцій	Теми практичних занять
Тема 1. Вступ. Основні положення	Практична робота 1. Постановка задач лінійного програмування. Побудова математичної моделі
Тема 2. Графічний метод розв'язування ЗЛП	Практична робота 2. Перша і друга стандартні форми задач лінійного програмування
Тема 3. Симплекс-метод	Практична робота 3. Графічний метод розв'язування ЗЛП
Тема 4. Транспортні задачі	Практична робота 4. Симплекс-метод розв'язування ЗЛП
Тема 5. Цілочисельне програмування	Практична робота 5. Транспортна задача Практична робота 6. Цілочисельне програмування

Завдання практичних робіт 1, 2, 4, 5. і 6 можна виконати в Microsoft Excel, за допомогою будь-якого іншого середовища формульних обчислень чи онлайн сервісу. Для виконання практичної роботи 3 студенти можуть скористатися засобами програмування або готовими програмами-конструкторами чи онлайн сервісами.

У результаті вивчення змістового модуля 5 студенти будуть знати:

- основні задачі лінійного програмування;
- цифрові інструменти побудови найпростіших моделей;
- як розв'язувати задачі лінійного програмування графічним і симплекс-методами;
- цифрові інструменти для розв'язування транспортних задач;
- базові підходи до розв'язування задач цілочисельного програмування.

Апробація

Курс за вибором «Цифрове математичне моделювання» для учнів STEAM-предметів розроблено, розроблено та пілотовано на основі використання інноваційних методів навчання математики та сучасних цифрових технологій (системи автоматизованого проектування, доповненої реальності, 3D-друк та сканування, SimReal, Gran), GeoGebra, Go-Labz, пакети комп'ютерної алгебри).

Матеріали модуля «Простіші математичні моделі для економічного прогнозування» були апробовані зі студентами курсу «Економетрика» для студентів, які вивчають менеджмент, економіку та фінанси, банківську справу та страхування КУБГ.

У ТНПУ було апробовано матеріали модуля «Вступ до математичного моделювання» та «Прості моделі» курсу «Цифрове математичне моделювання» для студентів 4 курсу спеціальності «Середня освіта (інформатика)», які вивчають дисципліну «Комп'ютер». Моделювання». Матеріали модуля «Моделі та методи лінійного програмування» апробовані в курсі «Методи оптимізації та дослідження операцій» для студентів 4 курсу спеціальності «Середня освіта (Інформатика)». Модуль «Математичні моделі еколого-біологічних систем» апробований у курсі «Комп'ютерне моделювання» для студентів магістратури спеціальності «Середня освіта (математика)».

Наприкінці курсу 22 студенти, які зарахувалися на курс, відповіли на запитання анкети. 95,5% опитаних студентів підтвердили, що навчальний матеріал було добре підготовлено та правильно викладено, 77,3% відповіли, що курс був корисним для студентів, а 63,6% оцінили прикладний характер курсу. Для 59,1%

студентів були цікаві методи та форми навчання в електронному курсі, а 86,4% студентів відповіли, що використання цифрових інструментів сприяло кращому розумінню змісту економетричного моделювання. Свої компетенції з моделювання економічних процесів 50% студентів оцінили як повністю сформовані (5/5 балів), 45,5% — на 4/5, лише 1 студент (4,5%) — на 3/5. Нам було приємно дізнатися, що 68,2% студентів рекомендували б курс своїм однокурсникам.

Було проведено опитування за методикою VARK для визначення стилів навчання студентів для створення чат-бота, інтегрованого як елемент адаптивного навчання в курсі. Чат-бот має доступ до курсу та використовує інформацію про стилі навчання учнів для розробки індивідуальних траєкторій навчання, в тому числі для учнів з особливими освітніми потребами. Зокрема, чат-бот допомагає визначити формат викладення теоретичного матеріалу та організовує навчальний час. Історія навчання студентів зберігається в базі даних для можливого подальшого використання в машинному навчанні, що дозволяє проводити подальші дослідження щодо використання машинного навчання для освітніх потреб. Методологію VARK було адаптовано для визначення когнітивних/навчальних стилів для надання персоналізованого досвіду навчання. Придбані ліцензії на профілі VARK. Профілі VARK надають можливість для розробки анкет, обробки даних і надання корисних порад кожному респонденту на основі особистих уподобань щодо навчання.

Враховуючи карантинні обмеження, пов'язані з Covid-19 та вторгненням Росії, організувати планову мобільність українських та норвезьких студентів не вдалося; його замінили на онлайн-зустрічі. Ці зустрічі сприяли обміну ідеями та збагаченню досвіду навчання. Під час онлайн зустрічей двоє студентів КУБГ за програмою «Математичне моделювання» презентували свої роботи. Ольга Панасюк доповіла на тему «Побудова та аналіз економетричної моделі соціально-економічного розвитку України» (консультант — доцент Оксана Глушак), а Владислав Квочкін представив роботу «Моделювання процесу ідентифікації зображень за допомогою грубої нейронної мережі» (консультант — доцент Ірина Ма-

шкіна). Студенти ТНПУ Арсен Сеньків та Христина Клапушак виступили з доповідями «Математичні популяції в екозоні Чортківського лісництва Тернопільської області» та «Використання класу грід в логістиці середнього та малого бізнесу України» (консультант — доцент Інна Грод).

Анотація наукових публікацій викладачів - учасників проєкту DeDiMaMo

Було підготовлено дослідницькі статті, які визнають підтримку проєкту

Nadiia Balyk, Inna Grod, Yaroslav Vasylenko, Vasyl Oleksiuk, Yuriy Rogovchenko. Project-based Learning in a Computer Modelling Course. Journal of Physics: Conference Series. 1840 (1). 2021. 012032
<https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85103510068&origin=resultlist>

The paper reports authors' experience of implementing educational projects in a computer modeling course offered to the students majoring in "Secondary Education. Computer Science" at Ternopil Volodymyr Hnatiuk National Pedagogical University. We analyze approaches to teaching mathematical and computer modeling such as: integration of modeling tasks, naturalistic case study, using of role-playing games, possibilities of STEM-education, motivation and positive attitude to modeling training, etc. Than we illustrate the implementation of the project to study the population dynamics of the grape snail *Helix pomatia*. The implementation of the project splits into several stages: formulation of the problem, presentation of project tasks, brainstorming, development, testing, presentation of results. The study was conducted at Ternopil Volodymyr Hnatiuk National Pedagogical University within the Norwegian-Ukrainian Project "Development of students' mathematical competencies through Digital Mathematical Modelling" (DeDiMaMo) in partnership with the University of Agder (Norway) and Borys Grinchenko Kyiv University.

M. Astafieva, D. Bodnenko, O. Lytvyn, V. Proshkin, O. Zhylytsov Mathematical Modeling as a Tool for Interdisciplinary Training of Computer Sciences and Cybersecurity Students. CEUR Workshop Proceedings, 2021, 3187, P.103–116.
<https://ceur-ws.org/Vol-3187/paper10.pdf>

The article characterizes the category of interdisciplinarity in education, the necessity of introducing interdisciplinary links of higher mathematics with other fundamental and professional disciplines to improve the theoretical and practical training of bachelors in “Computer Sciences” and “Cybersecurity”. The content of fundamental mathematical training of students was determined based on the analysis of Ukrainian higher education standards for these specialities. On the basis of survey of graduates of educational programs of IT bachelors in Borys Grinchenko Kyiv University, Sumy State Pedagogical University named after A.S. Makarenko and Alfred Nobel University (Dnipro) and teachers of mathematical and special educational disciplines revealed the contradiction between the potential of the university mathematical training of students in standards and educational programs and low level of real mathematical competence of graduates. The main reasons for insufficient mathematical training of students in these specialities were revealed and the ways of their elimination were proposed. In particular, the expediency of using mathematical modeling as a tool to implement interdisciplinarity in the process of professional training of Computer Sciences and Cybersecurity students was substantiated.

Grod I.M., Zagorodniuk I., Shevchyk L.O., Yemelyanov I.G. Assessment of Fish Fauna Taxonomic Diversity and Ecological Characteristics of the Water Bodies in Anthropogenic Landscape in the Western Podillia (Ukraine). *Hydrobiological Journal*, 2021, 56(6), pp. 32–41 (Scopus)

<https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57257416100>

The fish fauna of natural and artificial water bodies of the water bodies in the urbanized territory in the Western Podillya actually comprises 18 species of 4 orders and 3 superorders: Protacanthopterygii, Acanthopterygii, and Ostariophysi. A high degree of similarity of the fishes' species composition in the water bodies of both types was revealed. The ichthyofauna of the considered region comprises mainly native species, and some invasive species. Two species, listed in the Red Book of Ukraine were found in the natural reservoir. The Margalef species richness index (d) and Simpson's dominance index (c) values were somewhat higher in the river as compare to artificial water bodies ponds and soil-reclamation canals, respectively, both Simpson's diversity

index (i) and Pielou evenness index (E) values were lower, and, as a result, it demonstrates higher degree of ichthyofauna's stability and diversity in the artificial water bodies. The Shannon's diversity index values were 1.5–2.5, so the ecological conditions in the studied water bodies is at risk state.

Tsidylo I.M., Shevchyk L.O., Hrod I.M., Solonetska H.V., Shabaga S.B. A computer simulation of population reproduction rate on the basis of their mathematical models. *Journal of Physics: Conference Series*, 2022, 2288(1), 012014 (Scopus) <https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57257416100>

The article deals with the adoption of computer modeling as one of the leading areas of introduction of modern information technology in the modernization of content, forms and methods of teaching. In order to implement interdisciplinary integrated learning, the possibilities of interdisciplinary integration of learning content have been identified, the practice of using software environments in the process of modeling biological problems based on mathematical models has been analyzed, the possibilities of implementing algorithms of mathematical models in computer modeling have been investigated. A set of research tasks in biology as a basis for the implementation of interdisciplinary integration: nature-mathematics-computer science has been introduced into the educational process. The mathematical models of Verhulst, Arim, Leslie and the exponential law of direct proportional dependence or proportional rate of reproduction depending on the number of individuals of a population were used to design computer models of reproduction of ecological processes. They were implemented using the computer mathematics system MathCad and using programming environments Python, C#, C++. The expediency of the proposed method of interdisciplinary integration of learning content has been justified through a developmental and productive integrated approach, the use of certain collective forms of activity, the practical orientation of professional training disciplines to form algorithmic competence of students as a basis for professional competence in computer modeling of mathematical models of biological processes.

Grod I., Balyk N., Vasylenko Ya., Martyniuk S., Oleksiuk V., Barna O. Web service of works planning using network graph. Фізико-математична освіта. 2022. Том 34(2). С. 18–25. <https://fmo-journal.org/index.php/fmo/issue/view/9>

Формулювання проблеми. Масштабні проекти сучасного суспільства включають велику кількість різноманітних видів робіт. Мережевий граф є основним документом для планування та управління такими проектами. Це інформаційно-динамічна модель послідовності робіт і взаємозв'язків між ними. З математичної точки зору мережева модель являє собою скінченний орієнтований граф. Побудова такого графа починається з поділу проекту на чітко визначені роботи, для яких вказується тривалість. Саме математичний підхід може і повинен замінити досі поширений механічний підхід до планування роботи науково обґрунтованим поділом виробничої програми між підрозділами. Більшість авторів розкривають сутність математичного моделювання через систему складних математичних формул або наголошують на застосуванні інформаційних систем і технологій. Проведені дослідження дозволили зробити висновок, що деякі питання управління дискретними процесами (а саме, тайм-менеджмент) потребує подальшого розгляду та дослідження.

Матеріали і методи. Під час дослідження застосовувався комплекс теоретичних, емпіричних та моделюючих методів, зокрема: систематичний аналіз науково-методичних джерел, результатів вітчизняного та зарубіжного досвіду вирішення проблеми, огляд існуючого програмного забезпечення для визначення стану вирішення проблеми та вибір засобів розробки веб-сервісу, аналіз методів і технологій побудови мережевих графів, узагальнення інформації з проблеми.

Результати. Проведено огляд попередніх досліджень у цій галузі. Проаналізовано теоретико-методологічні основи побудови мережевих графів у задачах планування робіт. Обґрунтовано необхідність використання апарату теорії графів для вирішення задач оптимального планування робіт. На основі методичної стратегії розроблено веб-додаток, що дозволяє планувати хід робіт у складних проектах шляхом побудови відповідного мережевого графа. Надано короткий

опис функціональних можливостей та інтерфейсу користувача запропонованого веб-додатку.

Висновки. Особливістю створеного додатка є вирішення задачі планування виконання комплексних робіт, при цьому задіяні мережеві моделі, що спрощує розуміння моделі в цілому та забезпечує оптимізацію розробленого графа на основі математичних методів. Програма відображає результати планування у графічному та текстовому вигляді, що полегшує та робить очевидним вибір рішення, дозволяє стежити за перебігом подій і вносити в модель корективи з метою покращення оптимізації.

Дослідження проведено в рамках Норвезько-українського проекту «Розвиток математичних компетенцій студентів за допомогою цифрового математичного моделювання» (DeDiMaMo) у партнерстві Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка та Університету Агдера (Норвегія), Київського університету імені Бориса Грінченка.

І. М. Грод, І. В. Загороднюк, Л. О. Шевчик, Н. Я. Кравець. Моделювання чисельності гризунів у лісових біотопах західного поділля (на прикладі *Myodes glareolus*). Наук. зап. Терноп. нац. пед. ун-ту. Сер. Біол., 2021, Т. 81, № 1–2. С. 19-30.

У роботі проаналізовано динаміку популяції нориці рудої у природних біотопах Західного Поділля. Об'єктом дослідження слугували матеріали, зібрані авторами протягом 2017 – 2019 рр. Період охопив одну фазу багаторічної динаміки чисельності населення популяцій, а саме збільшення чисельності. Виявлена річна та сезонна динаміка структурованості популяцій як за статевим, так і за віковим складом, без сумніву, забезпечує механізм регулювання чисельності та може стати підґрунтям для подальшого прогнозування кількості гризунів у природних біотопах. Це і обумовило вибір моделі, яку широко застосовують при аналізі динаміки чисельності популяцій як рослин, так і тварин – матричної моделі Леслі (Leslie). Алгоритм побудови матричної моделі, детально викладений у статті, налічує п'ять послідовних кроків. Виявлений у процесі аналізу експоненціальний характер фактичного і прогнозованого збільшення чисельності популяції нориці

рудой протягом п'ятирічного циклу (2017 – 2019 рр. з прогнозом до 2023 р.), можна пояснити не стільки потужністю репродуктивного потенціалу виду, скільки відсутністю значних змін у середовищі існування, викликаних сталістю погодних умов, низькою індивідуальною смертністю від хижаків та незаразних захворювань чи інших випадкових чинників. Застосування матричної моделі прогнозу Леслі дозволило підтвердити ключову роль основних компенсаторних механізмів динаміки населення популяції, оскільки вони сприяють стабілізації чисельності і, як наслідок, служать важливою умовою існування виду.

Балик Н.Р., Роговченко Ю.В., Грод І.М., Василенко Я.П. Програмні засоби для моделювання різних явищ навколишнього світу // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи: Матеріали міжнародної науково-практичної Інтернет-конференції, 30 квітня 2020 року, м.Тернопіль, – Тернопіль: ТНПУ імені Володимира Гнатюка, 2020. – С. 138–141. <http://conf.fizmat.tnpu.edu.ua/article/320/>

Впровадження в навчальний процес комп'ютерно-орієнтованих технологій навчання відкриває перспективи щодо розширення та поглиблення теоретичної бази знань і надання результатам навчання практичної значущості.

Для вивчення різних явищ навколишнього світу у всіх наукових дисциплінах використовуються методи моделювання.

Створення та використання комп'ютерних моделей у вищій школі – це нова грань дійсності і новий погляд на спосіб мислення, дослідження проблем, розв'язування задач.

Комп'ютерне моделювання безпосередньо пов'язане з використанням відповідних програмних засобів. Їх використання повинно підпорядковуватися загальноприйнятим вимогам до програмних засобів навчального призначення, а комп'ютерні моделі та засоби їх створення необхідно розглядати як засоби навчання.

Більшість категорій програмних засобів для здійснення комп'ютерного моделювання практично майже перекривають потреби для проведення відповідних досліджень засобами імітаційного або математичного моделювання.

У випадках, коли цих засобів не достатньо, доводиться самотійно розробляти модель з використанням алгоритмічних мов. Як правило такий підхід використовується під час проведення сучасних досліджень у галузі біології, фізики, хімії, тощо.

Одним із таких програмних засобів є інтерактивний двовимірний емулятор фізичного світу Step, розроблений для комплекту програмних засобів навчального призначення в операційній системі Linux. Продемонструємо використання програмного засобу Step для побудови комп'ютерної моделі руху броунівської частинки та проведемо дослідження її руху.

Впровадження в навчальний процес нових інформаційних технологій потребує переосмислення традиційної системи навчання, її змісту, методів і форм організації, залишаючи при цьому незмінними цілі навчання. Це пов'язано з тим, що засоби цифрових технологій, включені в ту чи іншу діяльність, впливають на саму діяльність, а особливо тоді, коли їй властиві специфічні, характерні тільки для неї функції. Однак цифрові технології можуть принципово вплинути на процес навчання тільки в тому випадку, коли ці технології будуть включені в нову модель навчання, а їх засоби повною мірою реалізують притаманні тільки їм функції.

Балик Н.Р., Барна О.В., Грод І.М. Про використання цифрових технологій в навчанні студентів різних спеціальностей // Сучасна освіта і наука: проблеми, перспективи, інновації: збірник наукових праць міжнародної науково-практичної конференції. Київ, 2021. С. 47–50.

<http://dspace.tnpu.edu.ua/bitstream/123456789/18281/1/Grod.pdf>

Незважаючи на наявність і великий вибір комп'ютерних програм, навчальних сайтів, електронних підручників, потреба в них з кожним днем зростає.

Змінюються програми дисциплін, навчальні плани, з'являються нові дисципліни — все це призводить до необхідності створення нових комп'ютерних ресурсів навчання.

Використання комп'ютерних технологій в навчанні студентів різних спеціальностей широко обговорюється в наукових статтях. Велика увага приділяється

формуванню компетенцій з урахуванням застосування у вивченні інформатичних дисциплін.

Підготовка майбутніх фахівців в галузі освіти передбачає розробку нових навчальних програм з дисциплін, що базуються на застосуванні максимального використання можливостей комп'ютерних технологій і забезпечують індивідуалізацію освітнього процесу, дотримання принципів послідовності та наступності. Такі програми успішно створюються і використовуються в навчальному процесі.

Важливе місце посідає здатність опрацьовувати значні масиви даних, вміння аналізувати, класифікувати, синтезувати нові знання. При цьому особливого значення набуває програмування, яке формує уміння та навички роботи з інформацією. Відображається це через алгоритми, які можуть використовуватися під час створення прикладних програм.

Питання використання алгоритмів при знаходженні розв'язків цілого ряду прикладних задач ми пропонуємо і вводимо в навчальні програми. Вважаємо, що цей напрям є перспективним, оскільки усі природничі дисципліни потребують для своїх задач опрацювання великих масивів даних.

Грод І.М., Шевчик Л.О. Застосування інформативних індексів з метою оцінки біорізноманіття екосистем // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи: Матеріали міжнародної науково-практичної Інтернет-конференції, 30 квітня 2020 року, м.Тернопіль, – Тернопіль: ТНПУ імені Володимира Гнатюка, 2020. – С. 112–114. http://conf.fizmat.tnpu.edu.ua/media/arhive/4.05.2020_edit.pdf

В основі оцінки стану певних угруповань лежать важливі показники різноманіття: видове багатство, чисельність виду, індекс вирівняності, індекси домінування та різноманіття.

Сьогодні вчені послуговуються понад як 40 індексами, важливість застосування яких стає зрозумілою з точки зору визначення структурних характеристик угруповань і вивчення можливості застосування останніх для оцінки стану екосистем.

Частіше за все для кількісного опису видового різноманіття угруповань проводять розрахунки з використанням загальноприйнятих в екології індексів: видового різноманіття Шеннона, домінування та різноманіття Сімпсона, видового багатства Маргалєфа і вирівняності Пієлу.

Вибір тих чи інших індексів зазвичай не має об'єктивних критеріїв. Однак, з теоретичної точки зору, до них може бути висунуто ряд вимог. Власне тому особливий інтерес представляють роботи, спрямовані на всестороннє порівняння різних індексів з точки зору відповідності до конкретних даних.

Барна О.В., Грод І.М. Моделювання тактичних дій у футболі з використанням електронних таблиць Microsoft Excel // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи: Матеріали ІХ міжнародної науково-практичної Інтернет-конференції, 28 квітня 2022 року, м.Тернопіль, – Тернопіль: ТНПУ імені Володимира Гнатюка, 2022. – С. 188–192. http://conf.fizmat.tnpu.edu.ua/media/arhive/28__04_2022_6o5woi0.pdf/

Одним із ключових компонентів професійної компетентності педагога є інформаційна компетентність, яка передбачає здатність орієнтуватися в інформаційному просторі, отримувати інформацію та оперувати нею відповідно до власних потреб і вимог сучасного високотехнологічного інформаційного суспільства, використовувати інформаційно-комунікаційні технології для власного розвитку та реалізації професійних завдань. Для формування цієї компетентності та її складових науковці пропонують моделі, підходи та інструменти.

Одним із засобів формування умінь використовувати сучасні інформаційні технології майбутніми педагогами на уроках є професійно-орієнтовані завдання. Дане дослідження має на меті продемонструвати приклад такого завдання для майбутніх вчителів фізичного виховання.

При розробці інших моделей робота-футболіста цікаво встановити ворота на деякій відстані і змоделювати попадання в них м'яча. При цьому потрібно направити вектор швидкості м'яча під певним кутом. Можна розглянути розробку моделі робота, що крокує, чи робота, що біжить. Запропонована модель робота-

футболіста може бути використана для підготовки учнів до олімпіади та як приклад STEM-спрямованого навчання.

Колективна монографія: Вибрані питання комп'ютерного моделювання процесів і явищ // за ред. Н. Р. Балик. Тернопіль : Підручники і посібники, 2022. 272 с.

На сучасному етапі розвитку суспільства наука і техніка розробили технології дуже високого рівня, які вимагають від спеціалістів переважної більшості професій мати високий рівень математичної підготовки, володіти різноманітними математичними методами, бути здатними до аналізу великих обсягів інформації для успішного прийняття рішень і прогнозування, прийняття управлінських рішень, що приводить до необхідності побудови математичних моделей різної складності. Саме завдяки використанню математичного апарату зроблені багато відкриттів у фізиці, хімії, біології, інформатиці, економіці, соціології та інших науках та сферах діяльності людини.

Комісія Європейського математичного товариства (<https://euromathsoc.org/>), яка приділяє серйозну увагу актуальним проблемам математичної освіти молоді, на рівні європейського документу виділила моделювання одним з параметрів, за якими можна було б визначати внесок математики у розвиток людського капіталу.

У зв'язку із цим колектив авторів рамках участі в міжнародному проєкті «Розвиток математичних компетентностей студентів за допомогою цифрового математичного моделювання (Development of students' mathematical competencies through Digital Mathematical Modeling (DeDiMaMo))», реєстраційний номер проєкту: СРЕА-ST-2019/10067 на прикладі окремих сфер застосування математичного моделювання пропонують авторські підходи до добору обсягу теоретичного матеріалу, приклади завдань та їх розв'язків, наводять перелік практичних завдань, які мають на меті сформувані компетентності із математичного моделювання та застосування цифрових інструментів у студентів та усіх, кого цікавить розглядувана тема дослідження як матеріал для самостійного навчання, розвитку та застосування практичних умінь у професійній сфері.

У зміст монографії увійшли окремі питання навчального матеріалу, який апробований в курсі «Математичне моделювання» для студентів фізико-математичного факультету Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка. Розв'язки завдань подані в авторській інтерпретації.

Розділ 1 «Основні поняття математичного моделювання» вводить читачів в курс математичного моделювання, описуючи віхи становлення математичного моделювання як науки. Важливим є питання класифікації задач математичного моделювання та етапів розв'язування задач від постановки проблеми до комп'ютерного моделювання.

Розділи 2-4 пропонують до розгляду питання математичного моделювання та застосування цифрових інструментів до дослідження фізичних процесів, математики, екологічних проблем.

Розділи 5-7 присвячені економіко-математичному моделюванню, зокрема, задачам лінійного програмування, задачам управління та планування, цілочисельному програмуванню.

Розділ 8 містить питання, що розкривають проблеми, які пов'язані з деякою упорядкованою множиною об'єктів, в основі моделювання яких лежить теорія графів. А у розділі 9 — розглядаються задачі, результатом моделювання яких є випадкові процеси або величини.

Автори не передбачали розглядати вичерпний список усіх типів математичних моделей та сфер їх застосування. Розглянуті приклади мають типовий характер, можуть бути використані в навчальних цілях та як основа для практичного застосування у реальних ситуаціях.

Студентські дослідження в межах проєкту DeDiMaMo

До проведення досліджень у межах проєкту DeDiMaMo були залучені студенти першого та другого освітніх рівнів. В результаті під керівництвом викладачів-учасників проєкту були виконані курсові та магістерські роботи на теми:

1. Вишневський В. С. Застосування оптимізаційних моделей для підприємств малого та середнього бізнесу. Магістерська робота.
2. Бабій Б. І. Реалізація простої економетричної моделі. Магістерська робота.

3. Гулич А. В. Реалізація моделі управління запасами. Магістерська робота.

4. Деренівський Я. В. Створення інструментарію цифрового математичного моделювання для соціометричних досліджень. Магістерська робота.

5. Шевчук В.А. Моделювання динаміки чисельності деякої популяції за допомогою популяційних методів. Магістерська робота.

Бабій Б. І. Реалізація простої економетричної моделі: магістерська робота. Тернопіль: ТНПУ ім. Володимира Гнатюка, 2021. – 38 с.

Метою роботи є дослідження особливостей використання економетричних моделей в сучасних ринкових умовах та практична реалізація економетричної моделі на прикладі конкретних задач економічного характеру.

Об'єктом дослідження є економічні залежності та простори різного рівня складності виробничих підприємств Чортківської об'єднаної територіальної громади.

Предмет дослідження – це методи побудови та дослідження математико-статистичних моделей економіки, проведення кількісних досліджень економічних явищ, пояснення та прогнозування розвитку економічних процесів на основі побудови відповідних економетричних моделей.

Робота складається з двох розділів. У першому розділі проведено аналіз предметної області, охарактеризовано етапи розробки економетричних моделей, досліджено можливості та особливості використання цифрових технологій та інструментів при побудові та реалізації економетричних моделей, розглянуто роль і місце економетричних моделей в управлінні економічними процесами.

Другий розділ присвячено проведенню оцінки параметрів розглянутих економетричних моделей з урахуванням особливостей вхідної економічної інформації, побудова та досліджена модель залежності вироблення продукції одним працівником (тис. грн) на 20 виробничих підприємствах Чортківської об'єднаної територіальної громади від введення у дію нових основних фондів (% вартості фондів на кінець року) і від частки робітників високої кваліфікації у загальній чисельності робочих місць, побудована та реалізована економетрична модель залежності обсягу продажів від ряду факторів на прикладі закладів торгівлі мережа

супермаркетів "Європа", яка функціонує у Чортківській об'єднаній територіальній громаді.

Гулич А. В. Реалізація моделі управління запасами: магістерська робота. Тернопіль: ТНПУ ім. Володимира Гнатюка, 2021. – 39 с.

Метою роботи є вивчення та аналіз таких питань: сутність товарно-матеріальних запасів, формування асортименту та перспективи розвитку на підприємстві з цього питання.

Під час розробки магістерського проєкту проаналізовано моделі управління запасами. В результаті роботи було спроектовано програму для розподілу запасів Меблевої фабрики, що відповідає стандартам сучасних програмних розробок, щоб забезпечити автоматизацію обліку: конкретне формулювання вимог до функціоналу, можливість опрацювання усіх товарів, зручний та мінімізований інтерфейс користувача. Щоб створити базу даних, потрібно мати мінімум один ПК із вбудованим в ньому необхідним для цього пакетом програм.

Для проектування бази даних та роботи з її даними обрано програмне забезпечення: Microsoft SQL Express 2019, Microsoft SQL Server Management Studio 18, Visual Studio 2019 (Community Version).

Вишневецький В. С. Застосування оптимізаційних моделей для підприємств малого та середнього бізнесу : магістерська робота. Тернопіль : ТНПУ ім. В. Гнатюка. — 45 с.

Метою роботи є застосування оптимізаційних моделей для підприємств малого та середнього бізнесу.

Об'єктом дослідження є підприємства малого та середнього бізнесу. Предмет дослідження — застосування оптимізаційних моделей для бізнес-процесів виробництва та реалізації товарів, що відбуваються на підприємствах малого та середнього бізнесу.

Методи дослідження. Для досягнення поставленої в роботі мети можна використовувати такі методи, як програма для відшукування оптимального розв'язку транспортної задачі, яка здійснює мінімізацію транспортних витрат для закритої (відкритої) та виродженої (невиродженої) транспортної задачі, та програма для

визначення оптимальних двоїстих оцінок ресурсів (оптимальних оцінок) для відшукування мінімуму та максимуму оптимального розв'язку.

Практичне значення одержаних результатів. Запропоновані організаційно-економічні заходи удосконалення процесів управління на підприємстві на засадах інструментарію інформаційних технологій, які можуть бути використані суб'єктами підприємництва для економічного обґрунтування ефективності прийняття управлінських та фінансових рішень.

Магістерська робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків та списку використаних джерел.

У ході написання магістерської роботи було проаналізовано теоретичні аспекти побудови математичних моделей для відшукування оптимальних розв'язків задач лінійного програмування, створено пакет прикладних програм для розв'язування різних типів транспортних задач, двоїстих задач, а також програма для розв'язування задач лінійного програмування із двома змінними графічним методом. Слід відзначити, що підготовлені програмні засоби пройшли часткову апробацію й отримали схвальні відгуки представників малого й середнього бізнесу.

Шевчук В. А. Моделювання чисельності популяції за допомогою методів популяційної динаміки: магістерська робота. Тернопіль: ТНПУ ім. Володимира Гнатюка, 2021. – 36 с.

Метою роботи є побудова та дослідження неоднорідної матричної моделі Леслі та вивчення ефекту стабілізації вікового складу популяції в рамках цієї моделі. Методи дослідження — теорія матриць, елементи функціонального аналізу, лінійна алгебра, апарат різницевих рівнянь, теорія графів.

У магістерській роботі досліджено існуючі підходи до модифікації матричної моделі Леслі, розроблено та досліджено узагальнену операторну популяційну модель Леслі, побудовано та вивчено математичні властивості неоднорідної моделі Леслі, яка враховує зміни коефіцієнтів народжуваності і виживання популяції з перебігом часу.

Введення неоднорідності в модель Леслі дозволяє розширити сферу застосування даної моделі і є доцільним для обліку зміни параметрів популяції з плином часу, що досить добре узгоджується з реальними даними для прогнозування зміни стану чисельності популяції динамічних систем.

Для отримання результатів моделювання було використано систему програмування C++.

Результати досліджень, які проведені викладачами і студентами фізико-математичного факультету ТНПУ, опубліковані у Матеріалах V (м. Тернопіль, 30 квітня 2020), VII (м. Тернопіль, 8 квітня 2021), VIII (м. Тернопіль, 11-12 листопада 2021) та IX (м. Тернопіль, 28 квітня 2022) Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції : Сучасні цифрові технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи.

С. В. Мартинюк, В. С. Вишневецький. Застосування оптимізаційних задач для підприємств малого та середнього бізнесу. Матеріали VII Міжнародної науково-практичної Інтернет-конференції «Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи». Тернопіль : 11–12 листопада 2021 р. С. 211–214.

І.М. Грод, В. Шевчук. Моделювання динаміки чисельності деякої популяції за допомогою популяційних методів. Матеріали VII Міжнародної науково-практичної Інтернет-конференції «Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи». Тернопіль : 8 квітня 2021 року. С. 51–54.

Я.П. Василенко, А.В. Гулич. Особливості реалізації моделі управління запасами. Сучасні цифрові технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи. Матеріали VIII Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції (м. Тернопіль, 11-12 листопада, 2021), С. 57-60.

Барна О.В., Деренівський Я.В. Використання цифрових інструментів для проведення соціометричного дослідження. Сучасні цифрові технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи. Матеріали VIII

Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції (м. Тернопіль, 11-12 листопада, 2021), С. 203-205.

Балик Н.Р., Роговченко Ю.В., Грод І.М., Василенко Я.П. Програмні засоби для моделювання різних явищ навколишнього світу // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи: Матеріали V міжнародної науково-практичної Інтернет-конференції, 30 квітня 2020 року, м.Тернопіль, – Тернопіль: ТНПУ імені Володимира Гнатюка, 2020. – С. 138–141. <http://conf.fizmat.tnpu.edu.ua/article/320/>

Барна О.В., Грод І.М. Моделювання тактичних дій у футболі з використанням електронних таблиць Microsoft Excel // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи: Матеріали ІХ міжнародної науково-практичної Інтернет-конференції, 28 квітня 2022 року, м.Тернопіль. – Тернопіль: ТНПУ імені Володимира Гнатюка, 2022. – С. 188–192. http://conf.fizmat.tnpu.edu.ua/media/arhive/28_04_2022_6o5woi0.pdf/

Про результати виконаних в межах проєкту робіт студенти доповідали на Науковій конференції молодих дослідників, яка налічувала 13 наукових доповідей з питань цифрового математичного моделювання (URL: <https://www.fizmat.tnpu.edu.ua/the-news/1123-tradytsiina-konferentsiia-nauka-moloda-na-fizmati>).

ВИСНОВКИ

Реалізація завдань науково-дослідної роботи та проєкту DeDiMaMo дозволила розробити інноваційні підходи та підібрати цифрові інструменти для навчання математики, що сприяють підвищенню інтересу до предмета та кращому його розумінню.

У ході реалізації проєкту DeDiMaMo було виконано проєктування, змістовне наповнення й апробація навчального курсу за вибором «Цифрове математичне моделювання» з елементами адаптивного навчання для студентів природничо-математичних спеціальностей КУБГ, спеціальностей 014.09 Середня освіта (Інформатика) та 014.04 Середня освіта (Математика) ТНПУ на основі використання сучасних інноваційних методів і цифрових технологій навчання математичному та комп'ютерному моделюванню.

Навчальний курс «Цифрове математичне моделювання» розміщено на серверах дистанційного навчання КУБГ та ТНПУ, які працюють на базі LMS Moodle.

Розроблено інноваційні підходи використання цифрових технологій навчання учнів та студентів на основі розвитку їхніх математичних та цифрових компетентностей, впроваджено в навчальний процес інноваційні педагогічні та цифрові технології.

Співпраця українських та норвезьких колег у проєкті DeDiMaMo сприяла обміну досвідом як щодо інноваційних підходів до використання цифрових технологій у навчанні математичних дисциплін, зокрема математичного моделювання. Співпраця з норвезькими партнерами підтримує та просуває українські освітні послуги, підвищуючи їх привабливість для студентів, аспірантів, професорів та дослідників як на національному, так і на міжнародному рівнях, сприяючи подальшій інтеграції українських університетів до європейської освітньої мережі та коригування освітніх стандартів та політики.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ

публікації у наукометричній базі даних Scopus

1. M. Astafieva, D. Bodnenko, O. Lytvyn, V. Proshkin, O. Zhylytsov. Mathematical Modeling as a Tool for Interdisciplinary Training of Computer Sciences and Cybersecurity Students. CEUR Workshop Proceedings, 2021, 3187, P.103–116.

2. Nadiia Balyk, Inna Grod, Yaroslav Vasylenko, Vasyl Oleksiuk, Yuriy Rogovchenko. Project-based Learning in a Computer Modelling Course. Journal of Physics: Conference Series. 1840 (1). 2021. 012032
<https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85103510068&origin=resultlist>

3. Grod I.M., Zagorodniuk I., Shevchyk L.O., Yemelyanov I.G. Assessment of Fish Fauna Taxonomic Diversity and Ecological Characteristics of the Water Bodies in Anthropogenic Landscape in the Western Podillia (Ukraine). Hydrobiological Journal, 2021, 56(6), pp. 32–41 (Scopus)
<https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57257416100>
<https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57257416100>

4. Tsidylo I.M., Shevchyk L.O., Hrod I.M., Solonetska H.V., Shabaga S.B. A computer simulation of population reproduction rate on the basis of their mathematical models. Journal of Physics: Conference Series, 2022, 2288(1), 012014 (Scopus)
<https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57257416100>

публікації у фахових виданнях (категорія Б)

1. Grod I., Balyk N., Vasylenko Ya., Martyniuk S., Oleksiuk V., Barna O. Web service of works planning using network graph. Фізико-математична освіта. 2022. Том 34(2). С. 18–25. <https://fmo-journal.org/index.php/fmo/issue/view/9>

2. І. М. Грод, І. В. Загороднюк, Л. О. Шевчик, Н. Я. Кравець. Моделювання чисельності гризунів у лісових біотопах західного поділля (на прикладі *Myodes glareolus*). Наук. зап. Терноп. нац. пед. ун-ту. Сер. Біол., 2021, Т. 81, № 1–2. С. 19–30.

колективна монографія

1. Вибрані питання комп'ютерного моделювання процесів і явищ // за ред. Н. Р. Балик. Тернопіль: Підручники і посібники, 2022. 272 с.

навчально-методичний посібник

1. Комп'ютерне моделювання в біології: навчальний посібник для студентів фізико-математичного та хіміко-біологічного факультетів / І.М.Грод, Л.О.Шевчик. Тернопіль: ТНПУ ім. В. Гнатюка, 2021. 125 с.
http://catalog.library.tnpu.edu.ua:8080/e-lib/DocDescription?doc_id=254129

публікації у матеріалах конференцій

1. N R Balyk, G P Shmyger, Ya Ph Vasylenko and V P Oleksiuk. STEM centre as a factor in the development of formal and non-formal STEM education. <https://iconmasted.easyscience.education/2022/#program>

2. С. В. Мартинюк, В. С. Вишневський. Застосування оптимізаційних задач для підприємств малого та середнього бізнесу. Матеріали VII Міжнародної науково-практичної Інтернет-конференції «Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи». Тернопіль: 8 квітня 2021 року. С. 51–54.

3. І.М. Грод, В. Шевчук Моделювання динаміки чисельності деякої популяції за допомогою популяційних методів. Матеріали VII Міжнародної науково-практичної Інтернет-конференції «Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи». Тернопіль : 8 квітня 2021 року. С. 51–54.

4. Я.П. Василенко, А.В. Гулич Особливості реалізації моделі управління запасами. Сучасні цифрові технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи. Матеріали VIII Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції (м. Тернопіль, 11-12 листопада, 2021), С. 57–60.

5. Барна О.В., Деренівський Я.В. Використання цифрових інструментів для проведення соціометричного дослідження. Сучасні цифрові технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи. Матеріали VIII

Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції (м. Тернопіль, 11-12 листопада, 2021), С. 203–205.

6. Балик Н.Р., Роговченко Ю.В., Грод І.М., Василенко Я.П. Програмні засоби для моделювання різних явищ навколишнього світу // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання: досвід, тенденції, перспективи: Матеріали міжнародної науково-практичної Інтернет-конференції, 30 квітня 2020 року, м.Тернопіль, Тернопіль: ТНПУ імені Володимира Гнатюка, 2020. С.138–141. <http://conf.fizmat.tnpu.edu.ua/article/320/>

магістерські роботи

1. Гулич А. В. Реалізація моделі управління запасами: магістерська робота. Тернопіль: ТНПУ ім. Володимира Гнатюка, 2021. 39 с.

2. Бабій Б. І. Реалізація простої економетричної моделі: магістерська робота. Тернопіль: ТНПУ ім. Володимира Гнатюка, 2021. 38 с.

3. Вишневський В. С. Застосування оптимізаційних моделей для підприємств малого та середнього бізнесу. Тернопіль: ТНПУ ім. Володимира Гнатюка, 2021. 45 с.

4. Деренівський Я. В. Створення інструментарію цифрового математичного моделювання для соціометричних досліджень. Тернопіль: ТНПУ ім. Володимира Гнатюка, 2021. 45 с.

5. Шевчук В.А. Моделювання динаміки чисельності деякої популяції за допомогою популяційних методів. Тернопіль: ТНПУ ім. Володимира Гнатюка, 2021. 42 с.

Фінансовий звіт
за використання коштів за проектом Розвиток математичних компетентностей студентів за допомогою цифрового математичного моделювання (DeDiMaMo)
від Уряду Королівства Норвегія (Агдерський університет)

Сумарний підсумок:

№	Стаття витрат	По плану з початку проекту	Обороти за звітний період				Залишок на 1.01.23.	
			Надходження		Витрачено		Грн	
			Грн	Корегування(+,-)	Грн			
1	Надходження: 07.09.2021 07.10.2021 10.05.2022 01.06.2022		110008,98 193976,32 230248,56 158101,60					
1	Заробітна плата				338326,02		-	
2	нарахування				74431,74		-	
3	Комунальні послуги				1988,10		-	
4	Мовні курси				277589,60		-	
							-	
	Разом	0	692335,46		692335,46		-	



Керівник організації:

[Signature]

Богдан Буяк

Бухгалтер проекту:

[Signature]

Віктор Савчин