

**КИЇВСЬКИЙ СТОЛИЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ БОРИСА ГРІНЧЕНКА**

**ЗАТВЕРДЖЕНО**

Приймальною комісією  
Протокол № 5 від 06.05. 2024 року  
Голова Приймальної комісії



**Олександр ТУРУНЦЕВ**

**ПРОГРАМА**

**фахового іспиту з математики**

**Рівень вищої освіти: другий (магістерський)**

**Спеціальність: 111 Математика**

**Освітня програма: Математичне моделювання**

**ПОГОДЖЕНО**

Проректор з науково-педагогічної  
та навчальної роботи

  
Олексій ЖИЛЬЦОВ

**РОЗГЛЯНУТО І ЗАТВЕРДЖЕНО**  
на засіданні кафедри математики і  
фізики

Протокол № 5 від 01.05.2024 р.

Зав. кафедри  Світлана СЕМЕНЯКА

**Київ – 2024**

## **1. Пояснювальна записка**

Програма фахового іспиту з математики для навчання за другим (магістерським) освітнім рівнем галузі знань 11 «Математика та статистика» спеціальності 111 «Математика» на основі освітнього ступеня бакалавр, магістр, освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліст є нормативним документом Київського столичного університету імені Бориса Грінченка.

Програма базується на змісті математичних дисциплін освітньо-професійної програми фахівця освітнього ступеня «бакалавр».

У програмі визначено:

- кваліфікаційні вимоги до знань і умінь абітурієнтів;
- рівні оцінювання знань і умінь абітурієнтів;
- рекомендований перелік питань фахового випробування з математики для навчання за другим (магістерським) освітнім рівнем спеціальності 111 «Математика».

## **2. Методичні рекомендації до проведення фахового випробування з математики**

Мета фахового іспиту з математики – визначити рівень знань з основ математичних дисциплін, та встановити ступінь фахової готовності абітурієнта до навчання за другим (магістерським) освітнім рівнем.

Фаховий іспит з математики організує і проводить фахова атестаційна комісія. Іспит проводиться в тестовій формі. Тривалість 120 хвилин.

## **3. Кваліфікаційні вимоги до знань і умінь абітурієнтів**

*Вступник повинен знати:*

Означення функції та її основні властивості. Що таке область визначення та множина значень функції, графік функції. Основні елементарні функції та їх властивості. Означення та властивості границі функції в точці та на нескінченності, поняття про неперервність функції в точці та на відрізку.

Означення похідної, її геометричний, фізичний зміст. Таблицю похідних елементарних функцій та правила диференціювання. Поняття про диференціал та його застосування до наближених обчислень. Як досліджується функція на монотонність, екстремуми, опуклість.

Що таке первісна та невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтеграла, таблицю інтегралів, методи інтегрування. Що таке визначений інтеграл, його геометричний зміст, формулу Ньютона-Лейбніца; методи обчислення невластних інтегралів.

Означення функції двох змінних, що таке область визначення та множина значень, графік функції двох змінних та лінії рівня. Означення та властивості границі функції двох змінних в точці, мати поняття про неперервність та множину точок розриву. Означення частинних похідних функції двох змінних, поняття диференційованої функції двох змінних та диференціала, поняття похідної за напрямом, градієнта, поняття про екстремум функції двох змінних, умовний екстремум. Що таке кратні інтеграли (подвійний, потрійний), геометричний зміст кратних інтегралів, криволінійні інтеграли та методи їх інтегрування.

Означення диференціального рівняння, його розв'язку (загального, часткового, особливого), розв'язок задачі Коші. Умови існування та єдності розв'язку, властивості розв'язків лінійних диференціальних рівнянь та систем лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

Що таке числовий та функціональний ряди, що таке сума ряду. Який числовий ряд називають збіжним, ознаки збіжності додатних рядів. Ознаку Лейбніца для знакозмінних рядів, що таке абсолютно (умовно) збіжний ряд; радіус збіжності, інтервал збіжності, область збіжності степеневого ряду. Який вигляд мають ряди Тейлора та Маклорена і де використовуються відповідні розклади. Що таке ряд Фур'є і які функції розкладаються у відповідний ряд.

Означення матриці та її властивості. Операції з матрицями. Види матриць. Вироджена та не вироджена матриця, обернена матриця. Ранг матриці.

Елементарні перетворення матриць.

Визначники, означення, обчислення, властивості. Перетворення визначників, розклад за рядком (стовпчиком). Теорема Лапласа.

Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Їх розв'язки. Сумісність системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Перетворення системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Теорема Крамера. Матричний метод розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь з квадратною матрицею. Системи з прямокутною матрицею. Метод Гауса. Теорема Кронекера-Капеллі. Ранг системи. Умова сумісності системи. Визначені та невизначені системи. Однорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Ненульові розв'язки системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Умова їх існування. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Лінійно незалежні розв'язки. Загальний розв'язок неоднорідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Вектори. Лінійна залежність векторів. Базис системи векторів. Арифметичний векторний простір. Розмірність векторного простору. Операції з векторами. Геометричні вектори. Модуль вектору. Геометричний зміст векторних добутків.

Метод координат. Декартові координати. Полярні координати. Лінії та точки на площині. Рівняння прямих. Геометричний зміст коефіцієнтів рівнянь. Криві другого порядку на площині. Канонічні рівняння кривих. Прямі та площини у просторі. Кути між прямими та площинами. Перетин прямих та площин. Відстані між точками, прямими та площинами. Паралельність та перпендикулярність. Поверхні обертання, канонічні рівняння основних поверхонь обертання та їх властивості. Конічні перетини. Циліндрична та сферична системи координат.

*Вступник повинен уміти:*

Знаходити область визначення функції та множину її значень, читати графіки функцій та будувати графіки методом геометричних перетворень, обчислювати границі послідовностей та границі функції в точці та на нескінченності, користуючись при цьому алгебраїчними перетвореннями, визначними границями, правилом Лопітала. Досліджувати функцію на неперервність та визначати точки розриву функції.

Обчислювати похідні функції, користуючись таблицею похідних та правилами диференціювання. Диференціювати складені функції, показникові степеневі функції та функції задані в неявному вигляді. Обчислювати диференціали та вміти застосовувати їх до наближених обчислень виразів. Досліджувати функцію на монотонність, екстремуми, опуклість, знаходити точки перегину та будувати асимптоти.

Знаходити найпростіші невизначені інтеграли, використовуючи відповідний метод (заміни змінної, інтегрування частинами), розкладати раціональні дроби на елементарні, інтегрувати передбачені програмою ірраціональні та тригонометричні функції, користуватися формулою Ньютона-Лейбніца, застосовувати визначений інтеграл до обчислення площ, об'ємів.

Знаходити і зображати область визначення функції двох змінних, шукати частинні похідні та градієнт, досліджувати функцію на екстремум, знаходити найбільше та найменше значення функції двох змінних, користуватися методом множників Лагранжа для дослідження функції на умовний екстремум. Обчислювати подвійні, потрійні та криволінійні інтеграли, використовуючи відповідний метод.

Розв'язувати диференціальні рівняння першого порядку: з відокремлюваними змінними, однорідні, у повних диференціалах, лінійні, рівняння Бернуллі; вищих порядків зі сталими коефіцієнтами: однорідні та неоднорідні зі спеціальною правою частиною; розв'язувати системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами та досліджувати стійкість їх розв'язків.

Досліджувати на збіжність додатні числові ряди, використовуючи необхідну та достатні ознаки, користуватися ознакою Лейбніца при дослідженні збіжності знакозмінних рядів. Знаходити радіус, інтервал та область збіжності степеневого ряду, розкласти елементарні функції в ряд Маклорена та періодичні в ряд Фур'є.

Здійснювати операції з матрицями та обчислювати визначники різними методами. Розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь або з'ясовувати їх сумісність кожним із засвоєних у курсі методів. Обчислювати лінійні комбінації, добутки векторів (скалярний, векторний, мішаний), розв'язувати задачі на вектори. Уміти складати канонічні та інші рівняння прямих, площин, кривин другого порядку та читати ці рівняння з точки зору аналітичного та геометричного змісту їх коефіцієнтів.

Знаходити найбільш оптимальні шляхи розв'язування геометричних задач та вміти алгоритмізувати методи їх застосування. Кількісні характеристики геометричних об'єктів використовувати для знаходження якісних властивостей та особливих співвідношень між ними.

Встановлювати зв'язок між закономірностями, отриманими в лінійній алгебрі, векторному численні та аналітичній геометрії.

#### 4. Критерії оцінювання знань і умінь абітурієнтів

Кількість балів (max - 200)	Критерії
180 – 200	Виставляється за глибокі знання навчального матеріалу, що міститься в основних і додаткових рекомендованих джерелах; вміння аналізувати явища, які вивчаються, у їхньому взаємозв'язку і розвитку, чітко і лаконічно; логічно і послідовно відповідати на поставлені запитання; вміння застосовувати теоретичні положення під час розв'язання практичних задач.
160 – 179	Виставляється за ґрунтовні знання навчального матеріалу, аргументовані відповіді на поставлені запитання; вміння застосовувати теоретичні положення під час розв'язування практичних задач.
140 – 159	Виставляється за міцні знання навчального матеріалу, аргументовані відповіді на поставлені запитання, які, однак, містять певні неточності; вміння застосовувати теоретичні положення під час розв'язання практичних задач.
120 – 139	Виставляється за посередні знання навчального матеріалу, мало аргументовані відповіді, слабке застосування теоретичних положень при розв'язанні практичних задач.

<b>100 – 119</b>	Виставляється за слабкі знання навчального матеріалу, неточні або мало аргументовані відповіді, з порушенням послідовності його викладання, за слабе застосування теоретичних положень при розв'язанні практичних задач.
<b>1 – 99</b>	Виставляється за незнання значної частини навчального матеріалу, істотні помилки у відповідях на запитання, невміння орієнтуватися під час розв'язання практичних задач, незнання основних фундаментальних положень.

## **5. Перелік тем для фахового іспиту з математики для навчання за освітнім рівнем «магістр»**

### **Лінійна алгебра**

1. Поняття по матрицю. Види матриць. Операції над матрицями.
2. Визначники квадратних матриць. Мінори та алгебраїчні доповнення.
3. Властивості визначників.
4. Теорема Лапласа.
5. Обернена матриця: означення, алгоритм знаходження.
6. Ранг матриці. Знаходження рангу матриці методом елементарних перетворень.
7. Системи лінійних рівнянь: основні поняття та означення. Теорема Кронекера-Капеллі.
8. Система  $n$  лінійних рівнянь з  $n$  невідомими. Розв'язування за формулами Крамера та матричним методом.
9. Метод Гауса розв'язування систем лінійних рівнянь.
10. Однорідні системи рівнянь. Фундаментальна система розв'язків.

### **Аналітична геометрія**

11. Системи координат. Перетворення прямокутних систем координат на площині.
12. Вектори. Розклад вектора за координатними осями. Лінійна залежність векторів.
13. Дії над векторами: додавання, віднімання векторів, множення вектора на число. Умова паралельності векторів.
14. Скалярний добуток векторів, його властивості. Умова перпендикулярності та паралельності векторів.
15. Векторний та мішаний добуток векторів.
16. Пряма на площині. Різні способи задання прямої.
17. Умови перпендикулярності та паралельності прямих. Відстань від точки до прямої. Кут між прямими.

18. Лінії другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола. Рівняння та властивості.
19. Рівняння площини з нормальним вектором. Загальне рівняння площини. Кут між площинами, Кут між площиною та прямою.

### **Функція однієї змінної. Границя функції 20.**

Поняття про функцію. Класифікація функцій.

21. Основні властивості функцій.
22. Числова послідовність. Границя числової послідовності.
23. Властивості збіжних послідовностей Основні теореми про границі.
24. Границя функції в точці та на нескінченності.
25. Нескінченно малі та нескінченно великі функції.
26. Розкриття основних невизначеностей. Перша та друга визначні границі.
27. Неперервність функції в точці. Точки розриву та їх класифікація.
28. Властивості функцій неперервних на відрізьку.

### **Диференціальне числення функції однієї змінної 29.**

Похідна функції, її геометричний, механічний зміст.

30. Таблиця похідних. Правила обчислення похідних.
31. Похідна складеної та оберненої функцій.
32. Логарифмічне диференціювання, похідна неявно заданої функції.
33. Поняття диференціала. Інваріантна форма диференціала. 34. Застосування диференціала до наближених обчислень
35. Похідні та диференціали вищих порядків.
36. Застосування похідної до обчислення границь (правило Лопітала).
37. Основні теореми диференціального числення.
38. Застосування похідної до дослідження функції на монотонність, екстремуми, знаходження найбільшого та найменшого значень функції.
39. Напрями опуклості і точки перегину функції.

### **Інтегральне числення функції однієї змінної**

40. Поняття про первісну та невизначений інтеграл. Властивості первісної та невизначеного інтеграла.
41. Табличні інтеграли (вивести відповідні формули та перевірити їх правильність диференціюванням).
42. Метод заміни змінної обчислення невизначеного інтеграла. Відмінності при його застосуванні до визначеного інтеграла.
43. Формула інтегрування частинами невизначеного та визначеного інтегралів. Класи функцій, що інтегруються частинами.

44. Задача про обчислення площі криволінійної трапеції і визначений інтеграл.
45. Означення визначеного інтеграла. Його геометричний зміст. Властивості визначеного інтеграла.
46. Формула Ньютона-Лейбніца обчислення визначеного інтеграла.
47. Поняття про невласні інтеграли.
48. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур, об'ємів тіл обертання, площ поверхонь, довжини дуги кривої.

### **Функція двох змінних**

49. Поняття про функцію двох змінних, область визначення, множину значень, графік лінії рівня.
50. Означення границі і неперервності функції двох змінних в точці.
51. Означення частинних похідних функції двох змінних. Поняття диференційованої функції та диференціала.
52. Поняття про локальний та умовний екстремуми функції двох змінних. Необхідні і достатні умови локального екстремуму.
53. Задачі, що приводять до поняття подвійного інтегралу. Властивості подвійних інтегралів.
54. Обчислення подвійних інтегралів у випадку прямокутної та криволінійної областей інтегрування.

### **Диференціальні рівняння**

55. Поняття про диференціальне рівняння, порядок, розв'язок, загальний, частковий, особливий розв'язки.
56. Поняття про задачу Коші для диференціального рівняння першого порядку. Теорема про існування і єдність розв'язку.
57. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними: загальний вигляд, спосіб розв'язання.
58. Однорідні диференціальні рівняння: загальний вигляд, спосіб розв'язання.
59. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку: загальний вигляд, спосіб розв'язання.
60. Лінійні диференціальні рівняння  $n$ -го порядку. Властивості розв'язків.
61. Лінійні однорідні диференціальні рівняння  $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами: загальний вигляд, спосіб розв'язання.
62. Спосіб розв'язання лінійного неоднорідного диференціального рівняння  $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами, права частина якого має спеціальний вигляд.



## Ряди

63. Поняття про числовий ряд, його суму та збіжність.
64. Властивості збіжних рядів.
65. Додатні ряди. Ознаки збіжності додатніх рядів.
66. Знакозмінні ряди. Ознака Лейбніца. Абсолютно і умовно збіжні ряди.
67. Степеневий ряд. Радіус, інтервал, область збіжності.
68. Ряд Маклорена. Ряд Тейлора. Розклад деяких елементарних функцій в ряд Маклорена.
69. Ряд Фур'є. Розклад деяких періодичних функцій в ряд Фур'є.

## Рекомендована література

1. В.П. Дубовик, І.І. Юрик. Вища математика: Навч. Посібник. К.: А.С.К., 2005. 648с.
2. Вища математика: підруч. для студ. вищ. пед. навч. закл.: у 2 кн. / Кн 1. // М.І. Шкіль, Т.В. Колесник, В.М. Котлова. К.: Либідь, 2010. 592 с.
3. Вища математика: підруч. для студ. вищ. пед. навч. закл.: у 2 кн. / Кн 2. // М.І. Шкіль, Т.В. Колесник. К.: Либідь, 2010. 496 с.
4. Вища математика: Підручник. У 2 ч. Ч. 1: Лінійна і векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. Диференціальне і інтегральне числення / Овчинников П.П. [та ін.]. К. : Техніка, 2003. 600 с.
5. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник / В. В. Булдігін, І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В. В. Булдігіна. К. : ТВіМС, 2011. 224 с.
6. Давидов М.О. Курс математичного аналізу. Ч. 1, 2. К.: Вища шк., 1978.
7. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. К.: Либідь, 2003.
8. Шкіль М.І., Сотніченко М.А. Звичайні диференціальні рівняння. К.: Вища школа, 1991